

招待講演

1. 数学教育の実現態としての授業について

湊 三郎 (秋田大学名誉教授)

質疑応答

2. 眼球運動測定による算数図形問題の情報処理過程
—正答群と誤答群の違い—

高平小百合 (玉川大学助教授)

質疑応答

講演

数学教育の実現態としての授業について

湊 三郎(秋田大学名誉教授)

(1) 挨拶に代えて

狭間先生から丁寧なご紹介を頂きました。湊と申します。本研究会にお招き頂きまして有り難う御座いました。狭間先生を中心とする大阪の先生方には西暦 2000 年の ICME9, 及びそれに先だって広島で開催された PME24 で大変お世話になりました。特に, PME24 では大阪の先生方の努力で多くの資金が拠出され, 実行委員長ではありませんのでお礼申し上げるのは僭越かとは存じますが, 委員の一人として, また日本の算数・数学教育に関係する者として感謝申し上げます。秋田ではその前年に日本数学教育学会の全国大会を開催し, 資金的な支援は何もできませんでしたので殊更に有り難かったのです。

赤井先生から始まった午前中の研究発表のように充実し, しかも空間思考力を育成したいとする極めて迫力のある研究, 特に赤井先生が述べられたカリキュラム研究の我が国での実質不在のこと, 及びこれからの展望には全く同感です。附属小学校の校長を経験して, 附属学校の研究に代表される研究が, 英国 SMP に関係した A.G.Howson 他(1987)のカリキュラムの開発段階では普及段階, 即ちキュラム運動の段階にあり, カリキュラム開発研究のごく一部分でしかないことを論述したことがあります(湊, 1992)。

これからの私のお話は午前中の三つの研究発表の様な新しい道の開拓には到底至りません。更に, 高平さんの個性的で貴重なお話には比較できません。図形教育には疎い者ですので先生方の研究に直接的に何かを提供できるお話はできません。ともかく, 学会発表ではお話できにくい思想にかかわることに力点を絞って OHP による映像も若干使いながらお話させていただきます。題目中の実現態はアリストテレスの形相, 即ち現実態なる言葉をもじったものですが, 私達の努力や働きを強調したつもりです。

(2) 数学教育に関する最大の関心事

私の算数・数学教育に対する最大の関心事は何かをお話致します。私の関心, 問題意識は一貫して算数・数学教育とは何か, 何をするとところかということです。要するに数学科(代表として中学校の数学科)は数学を教えるところか, いやそうではないだろうということです。ここでの鍵概念は『数学』と『教える』です。

当初, 私はメタ数学と称して, 研究スタイルで言えば理論的研究をしました。数学史が数学教育の中に何故に含み得るのかといったことですが, これには当時は様々な批判もあり, もっと根本にさかのぼって, 形式主義と言われる数学も実は形式的には学ばれないという証拠を提示するために, 統計的方法を用い, 研究スタイルとしては実証的研究を進めました。これが数の困難度と乗法九九の困難度との関係の研究や算数・数学に対する態度

の研究です。反人間的で科学主義的研究方法によって、Value-Free な数学教育の不可能性と数学教育は極めて人間に関わることを"科学的に"示しました。

このような研究をすすめて定年を迎えました。その翌年(2000年)に ICME9 が幕張で開催され、以前から論文を読んで東北数学教育学会年報に翻訳・紹介していたドルトムント大学教授 E.Ch.Wittmann が特別講演者の一人として登壇し、学的に極めて新しく、かつ高い立場で人間性に立脚した我が国算数・数学の実践を高く評価する講演を行いました。この翻訳を日本数学教育学会誌に掲載したいとの関係者の意図を汲み、systemic を中心観念とする講演を自ら手を挙げて翻訳をし、同年12月の学会誌に掲載しました(Wittmann, 湊訳, 2000)。その際、文献欄中の幾つかの研究、図書、文献を読みました。

Stigler, J. & Hiebert, J. の「Teaching Gap」もその一つです。読んでみると、文化論に根ざし、極め付きに面白く、止められない、止まらないで一気に読んでしまいました。このところを日本語で言ったらこんな風になるのかなと思いつつ読みました。そこで、我が国でも広く読んでいただきたいという気持ちの上に、翻訳の楽しさを味わいたいものと翻訳を実行し、それを出版社に持ち込んだのです(Stigler, J. & Hiebert, J., 湊訳, 2002)。この訳書は第3回国際数学・理科教育調査に併せて行われたビデオ研究から書き出されていて、日本、ドイツ、米国の合計281の中学校2年次数学授業がビデオにとられています。これらの数学授業は、次ぎにお話する授業三型論によって日本は勿論、ドイツ、米国の典型的授業が極めて明快に判別できました。このことは私にとって実に愉快的なことでした。

ついでに申せば、お陰様で訳書の初版は残り少なくなり増刷中です。昨年、横浜国大の橋本先生他が『Lesson Study』という書名の図書を出版されました。当方の訳書に刺激されたとのことで、この題目は訳書の副題『jugyou kenkyuu』からの発想とのことです。

(3) 授業三型論

その時代の授業の典型はその時代の教育観・指導観に従っておよそ合理的に作られています。昔の人はバカだったのではありません。授業が古いとか駄目だとかは、大凡は授業の巧拙から生じる問題であるよりも、教育観、指導観が異なることによる、要するに形成すべき学力が違っていたのだと考えるべきです。

学部の学生は大学の講義・演習、教育実習において今日良しとされる授業を学びますが、授業は教育観や指導観が含みもつ教育的価値に左右されるが故に、今日の授業、今日望ましいとされる授業だけを実践的に学んでいてはその真髄、即ち価値観が十分理解されたり、会得されたりすることは困難で、過去からの流れを含めて歴史的、経過的に典型的な授業を学ぶ、価値と授業の型とを対応させて学ぶことが必要だというのが私の持論です。

そこで、数学という教科・学問の都合や要求—これを教科の論理(logic)と言うことにする、と学習者の都合や要求—これを子供の心理(psychologic)と言う、の相対的強さを機械的に三分し、教科の要求の強い順に授業観 α , β , γ を想定し、これに我が国のこれまでの学習指導の流れ、特に問答法に関わる流れからそれぞれの授業型として A 講義型, B 問答型, C 自立解決・討論型を代表に選び出しました。B の問答型の問答はその初期の段階の問答を意味し、いわゆる分解的問答です。C の自立解決・討論型の問答は開発的・ソクラテス的問答です。

同一の教育内容(例えば四角形の内角の和, 角柱の体積)を一人の教師が三学級でこの三型の授業を一つずつ演じ, これをビデオに撮って学生達に視聴させました。学生達は授業型の性格を極めて明確に判定し, 授業にはいろいろあることを知り, 自分の受けた算数・数学授業をこの型にあてはめることができました(湊, 八柳, 1989)。

講義型の授業

算数・数学の授業三型論の具体的内容をお話します。A 講義型は端的に言って過去の大学の講義に典型的な, 教師の講義が一方的になされ, 子供達がそれを聞き, ノートにとる, あるいは方法・手続きを練習するという授業です。教師の仕事は既存で規定の知識を正確に伝達することをもって目的とし, それに相応しい授業型です。極端に言えば子供達が分かりやすいようにかみ砕くことはまかりならないのです。ですから, 理解できない子供がいても致し方ないし, 一定水準に照らして落第させることとなります。実際, 講義型授業が行われていたと考えられる旧制中学では相当に落第がでたものです。沼野一男(1971)がこの段階の教育を意図的教育観と呼ぶのは的を射ています。教師は, 教える, 実は伝達するという意図をもって講義していればよく, それ以上の成果は期待されても義務とはされません。おそらく, 今日の意味における学習者の存在は無視され, 学習者は不在なのです。そこで, この型においても数学という教科・科目があり, それを教える教師がいるので, 数学教育が行われていると言えないことはありませんが, 私はこの型にしがみついている初期の段階を『数学あって数学教育なし』と称することにしていきます。この言葉は, 私の創造になるものと考えていますが, どなたかの言葉, 例えば小倉金之助の言葉の流用, あるいは示唆を頂いているかも知れません。

私は旧制の中学校に入学し, 途中で新制中学の制度になり, 基の中学は新制の高等学校となり, 威まで言う中・高一貫の制度のもと無試験で高等学校に入学したのですが, 先生方は旧制中学の先生でした。中学一年の時の担任をされた先生方が, 尻拭いに高校三年の担任をして下さいました。ともかく, 中学校において授業型とその内容は旧制中学のそれで, 講義式が普通であり, 今から考えるとノートをとれない者は淘汰されたのです。私達の先生はそうではありませんでしたが, 幾何の試験では先生がされた証明の書き方と一致していなければ正解とならないと言ったことも先輩から伝えられており, だから試験の時に担当の先生が「質問ありませんか」と言って巡回してこられると, 「先生の証明と同じでなければなりませんか」といった言葉が友達から発せられていたものです。私は先生の証明法を暗記などしませんでしたから, その友達の質問に対して先生が「同じでなければなりません」と答えられたらどうしよう, つまらぬ質問をしてくれるなどと思ったものです。

講義型の授業は, 唯一絶対の学問が述べる言葉を正確に伝えることには極めて優れた方法であることは間違いありません。学問的に正確なという条件付きながら知識量をいわば学力とみなす立場に打ってつけの授業です。この場合, 学力を知識量の多寡として量的にみています。量として学力を捉えれば, 学力は知識量の増加とみなされ, 知識の注入主義といわれる授業が行われ, 言葉の暗記が試験へ向けた専らの準備となります。

なお, 唯一絶対の数学という考えをプラトンの数学観といいます。プラトンが数学をこのようなものだと陽的に述べていると主張するものではありませんが, 彼の観念が記され

ているとされる「国家」でみると、幾何学に関してはおよそこのような考えをもっていたと推察され、ともかく唯一絶対の、人間を超越したところに数学を見出すという数学観をこのように言うことにします。米国の Dossey, J.A. がそのように名付けています。後にでてくるアリストテレス的数学観も同様にアリストテレスが陽的に言っている数学観と言う意味ではありません。

問答型の授業

旧制中学校が、当該年齢の子供の 30% を越えて入学してくる様に拡大されてくると、このような授業では追いつけない子供達が多数出現することになり、授業や授業内容に工夫が必要になってきました。小学校の場合には、昭和 10 年に新しい思想のもとでいわゆる緑表紙教科書が出現し、開発的指導、子供の活動を重視する授業がすすめられました。子供を学習者として認知し、子供を巻き込む問答法の授業が積極的に行われたのです。もちろん、小学校では、教師が問いを出し、児童がそれに答えることは以前からありましたが、発問・応答によって授業を組み立てること、答えを言わせてチェックするだけでなく、発問・応答を授業展開に用いること、が組織的に行われるようになったわけです。但し、初期の段階では、発問も応答も極く短いものであり、内容的にも細分されており、分解的問答といわれています。B 問答型はこの段階の授業を指して使います。ともかく、授業は活発になります。発問を居眠りしている者への対策として用いる向きもあるかも知れませんが、

発問・応答はともかく授業を活発化するのに役立ちます。第 2 次大戦後に発問・応答に関する図書が多数出版されました。これは問答法に関する関心が高まった証拠でしょう。

この段階の特徴は、学問的には不純な子供の考えが教室内に出現することであり、子供の思考過程が表面化することです。学習の順次性は、できあがった学問の体系が示す順次性から、子供の理解の順次性にとって代わり、学問伝達の方法では容易でない、個々の子供の経験と能力とに任されていた概念形成を取扱いやすくします。期待される学力は形式的な知識の量から、概念や理解へと進んできます。

問答型の授業では、概念の獲得や理解の程度が授業の善し悪しを決定づけることになり、教師の力量が問われ出します。それらに授業が成功するかどうか(成功的教育観)が問題となりますが、この型の場合は前の講義型の授業を引きずっており、意図的教育観と成功的教育観が半々といったところです。

自力解決・討論型の授業

問答法が発展してくると分解的問答よりも大きく、子供のころを揺さぶる程に大きな問が発せられます。いわゆる開発的・ソクラテス的問答になります。やる気のある子供ならこのような発問に対して、答えを友達や先生に言ってもらいたくない、暫く黙ってもらい、自分で解決したい、せいぜいが友達と話し合っ解決の糸口を見付けたいと考えるでしょう。自力解決が先ず試みられ、それぞれの考えを出し合いながらより良い解決に向かうこととなります。この後の部分が、学習の深化とか練り上げとされている部分で、この授業型を C 自力解決・討論型と名付けました。

この C 型では学び手が授業の中心に位置づけられることとなります。もちろん、子供

が主人公だとか、子供の主体性だとかといっても、教育はそれこそ価値的志向である限り、子供に何事も任せたり、自由放任、勝手に許されるわけではありませんが、一方、学習は学習者のことであるのは当然です。機械的、量的に言えば教科の論理(実は教師の論理でもあります)が小さく、子供の心理、学習主体としての子供の要求、が極めて大きくなるわけです。この型の授業では教師は引いていて、子供の活動が前面にでます。然し一方で、教師は子供に目指す能力が形成されたか否かという極めてきつい基準、プロの規準で判定されることになります。この教育観を沼野は成功的教育観と言っています。

ドイツ・アメリカ・日本の代表的授業型

私は、この授業三型論をもって算数・数学授業を参観します。研究授業では多くがいわゆる授業らしい部分を扱いたいらしく、導入的性格をもつ部分を扱うことが多く典型的なC型授業が多いのですが、内容や過程に相当のばらつきがあっても、子供の活動の有り様と教師の意図とから授業を何れかの型としてみるができる様になりました。先に学生達も自分の受けてきた授業を、この三型論のビデオをみることによって識別できたと言いましたが、我が国の算数・数学授業は大方この三型でみる事ができるように思います。それどころが、前記の訳書に記載のドイツ、米国の典型的な数学授業もこの三型の何れかとして識別できるのです。

我が国も含めて、訳書に記載のビデオ研究の三ヶ国の典型的授業は、授業三型論によると次のようになります。

- ・ドイツ：B 問答型授業、
- ・日本：C 自力解決・討論型授業、
- ・米国：B 問答型授業。

実際ドイツのアイスナー先生(授業担当の教師とプロトコルにでてくる生徒の名前は三ヶ国とも全て性別は一致するようにしながら仮名とされています)の授業は典型的で模範的な問答型授業で、数学の筋は教師が握りながら、具体的な細部に関する発問、即ち分解的問答法における発問がされ、生徒が一定の方向に引っ張り上げられています。我が国の高校数学の授業におけるよりも発問・応答が授業の進行に重要な役割を果たしています。なお、数学を創り上げることに主体的に関わったドイツだけあって数学史(タレス)に触れているのはさすがとみました。我が国は、今日の数学の基本的構造を創造するのに殆ど役割を果たしておらず、形式主義的数学が輸入されたわけですから、数学史には関心がなく、数学の学習とも結びつかないのだとの私の見解を補強するものでした。

我が国の吉田先生の授業は、問題づくりが課題として提示され、これを解決しようとしており、典型的なC型授業です。時間不足で本格的な討論場面はその時間に行われませんでした。

米国のジョーンズ先生の授業は生徒に問題を課すことにおいて生徒参加のC型的ですが、問題の内容は細かく分解的問答に適するものばかりで、用語に関する発問・応答も同様に細かな事柄です。子供の活動に対する意識はみられるものの日本のように腹を括って大きくてやりがいのある問題が出されていません。米国の授業はドイツの授業とは相当に違い、数学的水準を落としているがB型といえるでしょう。我が国の授業の発展過程に照らすと米国の授業の型は横にそれて特殊化したものに見え、ドイツの方が今後の発展

に対して開かれています。勿論、米国よりも早くドイツが C 型に達するとは言えません。

なお、訳書に記されているように、原著者の Stigler 他は授業を発展させ、授業に関する知識ベースを構築することをめざして日本流授業研究の推進を期待しています。我が国でもこれに賛成の方々はいるかと思いますが、授業の発展は教育観や指導観の改善にかかっていることに留意すべきです。我が国の授業研究は、子供の発見、子供を見る目を養うことにその真髄があるのです。

ところで、先に触れた訳書の第 3 章第 1 頁(p.39)にビデオテープを視聴した際に、国内外から参加した教科教育学者の一人に意見を尋ねた場面がでて参ります。訊ねられた方は当日は言葉少なだったそうですが、観察されたこと、あるいは皆に伝えたいことがないかを訊ねたところ、実際に三か国の学習指導の型に存在する主要な差異をせんじ詰めて言えるように思います、と言ったと記されています。彼が言いたいのは、日本の授業には一方に数学が、もう一方に生徒がある。生徒は数学と取り組んでおり、教師は両者の関係の仲立ちをしていること、ドイツの場合は、同じく数学があるが、数学は教師の手中にあり、まさに適時に事実や説明を与え、教師は適時に数学を小分けにして生徒に与えていること、米国の授業には生徒がいて教師がいるが、数学を見付けることは困難で、教師と生徒とのやりとりしか見えない、ということです。

上記の程に適格に我が国の数学授業を概括的に述べるができる外国人(ここではドイツか米国の)数学教育学者がいたとすれば正に驚くべきことです。日本の数学教育に精通しているだけでなく、自分達の未到達の将来を明確に読みとる能力がある者でなければこのようには言えません。この教科教育学者は日本人であると考えべきでしょう。

実際、この教科教育学者は東京学芸大学の清水美憲先生であることが 2001 年 7 月の PME25 の会場(ユトレヒト・オランダ)でお会いして明らかになりました。学校で受けた授業の経験に照らして日本の授業は勿論、ドイツや米国の授業も良く見えたとのこと。このことは、日本の算数・数学授業が進んでいることをも示します。C 型の授業は A, B 型授業の段階を経てきたものだからです。なお、言葉少なだったとの記述からは英語にそれほど堪能でないようにも思われますが、少なくとも今日では完全に国際派です。

授業型と数学観

問答型授業までは数学を唯一絶対の真理とみる立場や形式主義の数学観がむしろ好都合ですが、自力解決・討論型の授業を真に遂行するためにはそのような数学観では不可能とは言えないまでも、困難であることは明らかです。数学を唯一絶対のものと想定する限り、数学的な訓練も充分には経ておらず数学を殆ど全く知らない子供がその数学を自力解決すること、それに挑戦することなど想定できるでしょうか。子供が数学を考えるとすれば、その数学は子供のもつ意味と結びついているものでなければなりません。形式主義の数学観では、学問志向の者は別として普通の生活や自分自身に結びつけようとする子供には何の意味も持てません。人間が造り上げた、それだけに絶対とは言い難い数学観が要求され、この数学観をアリストテレス的数学観と言います、数学のカリキュラムと数学観との結節点が存在することがわかります。授業はその時々で様々な考えで進んでいくものでしょうが、数学の場合、学問的な整理が積極的になされており、体系化されていて、数学史が数

学ではないという程に厳格に定められている数学の場合、数学観は殊更に重要です。例えば、哲学は哲学史を抜きにして語れないと言われていたり、美術理論は美術史と抱き合わせになっていることと数学を比較してみれば明らかでしょう。

数学観も含めて、この三型論をまとめて発表した時に提示した OHP と殆ど同じものをここに記しておきます。(上記記事 p.173 の数学指導のパラダイムの変遷に付したもの)
 なお、自力解決、討論型の数学観に個人的・個性的と記している真意は、数学が全く個人的に作られるということではないが、意識の下にあって数学を支えているものに個人性があり、個別的性格をもっているという意味であり、個人的とはポラニーの言う意味(個人的知識)での個人的です。この場合も、「個人的知識」の訳者長尾史郎によって説明されているとおり、個別性を強調する individual とは違います。私自身としてはこれを Person とドイツ語流に読むことにしています。

算数・数学指導のパラダイムの変遷

授業の型	学習の型	数学観	教師の位置
A 講義型 教科の論理	受動的 注入 ↓ 知識吸収	唯一・絶対 の真理 内容、方法 は既定	神の分身、 代弁者 意図的教育観
B 問答型 教科の論理と 子供の心理	自発的、自主的 発問 ↓ 応答、発見	唯一・絶対 の真理 方法に自由度	神の分身、 代弁者 意図的教育観 成功的教育を期待
C 自力解決・ 討論型 子供の心理の 目的化	主体的 既有経験 ↓ 創造、発明	個人的・ 個性的 内容、方法に 自由度	援助者 成功的教育観

C 型の後に続く授業

C 型授業は意見の交換や練り上げ等の機会があり、子供にとって理解しやすいはずなのですが、十分に理解できないままに過ぎることもあり、子供によっては困難な場合が生じるようです。東京大学市川伸一教授によれば、学習相談に来る子供の多くがよく分かっていない状態にあるとのこと。そこで、例えば計算手続きなどを教師が明確に指導してしまってから、その手続きの意味や合理性を考えさせる段階でこの C 型を展開することがあって良いと彼は言います。確かに、理解に重点をおくとすればそのような授業も考えられます。発見・創造と理解のどちらに重点を置くかによる違いでしょう。とにかく、算数・数学では理解がおろそかになる危険性があり、だから発見・創造を通して深い理解をさせたいという考えがでてきたのでしょう。理解を明確に取り上げることで理解をさせ、更に理解の重要性を知らせることもまた一つの学び方になるでしょう。ただし、子供によっては、実は指導者のなかにも、算数・数学における理解に殆ど無関心な者がいることが問題なのです。理解が追求されるなら、「門前の小僧習わぬ経を読む」方式もよい方法でし

よう。ともかく、毎日の授業を一定の型で通すよりはその場その場に応じてこれらの型を適切に使いこなされることが望ましい。

(4) 学問教育批判

教員養成学部の数学教育

先程数学観についてお話しましたがけれども、教員養成学部に居たり、教科教育学の研究をやっておりますと様々な問題があります。例えば今日、秋田大学での教員養成は、教育文化学部という新名称になった学部の中の学校教育課程が専ら受け持っており、数学教育、理科教育、国語教育といった先生方が2名ずつですが集まって一つの講座、教科教育学講座、を作り、数学の専門の先生方は別の課程、数学の場合は人間環境課程、国語の専門家は国際言語文化課程という課程に所属し、ともかく教科教育学講座とは別の講座に所属しています。課程毎に教官数が定まっていますから、人事も無関係の形では行いませんが、教員養成という学生の教育に関係がありますから当然ですが、一応は別々になっています。数学の免許のための専門科目は、人間環境課程が開設している数学とか情報とかで指定されている科目です。

この学部改革では、学校教育課程の定員を100名としました。その前の段階では、零免コースの80名を除き240名の定員で、零免コース設置以前は320名の教育学部の定員の全部が教員養成に向けられていました。この学部改革は私が定年退官を目前にした時に生じたことで、最後の数年は研究のまとめのために残しておいた期間でしたが、この学校教育課程創設のための課程代表に選挙で選ばれてしまいました。結果を教授会で公表する前に学部長が来室されて「選挙の結果であるし、引き受けていただきたい」との要請があり、引き受けることにしました。教授会で公表した時に「引き受けられない」と言われるおそれを感じてのことでしょう。確かに、そのおそれは感じられていたかも知れません。私が引き受けた理由は、学部教育における学問教育批判、このことはこれから具体的にお話致しますが、に基づいて学部・課程を創設しようと考えたから、そのような使命感をもったからでした。

それと言いますのは、この批判は特に中・高の学校教育に対する批判であります。その根には戦後の教員養成学部における教員養成の誤った理念と体制があると、私は強烈に考えています。ともかく、学校の教師は自分たちが大学の専門科目で学習してきた学問や芸術を生徒に要求したがる、それを教えたがる、それを教えることが教師の真正な務めであると考えているようです。さすが、小学校ではこの考えはストレートには発揮できませんが、だから小学校の教師は別格と受け取られやすい。戦争に負けて憲法もかわり、世の中が逆転したにもかかわらず特定の子供のための旧制中学や旧制高校の流れを汲みたがる新制の中学校・高等学校では、教師はそうのように考えている、当然と思っているようです。進学校ではない高等学校の場合、そのような教育を生徒は概して受け付けないので、生徒が駄目だと考えるか、今は仮の姿であるとして自分を慰めるといったことになっているでしょう。大学では学問・芸術を学び、現場に出たら教師になるというのが、教員養成学部の学生・卒業生の考え方で、教員養成大学でも教育は、特別な学生を除き霞んでいます。勿論、学問・芸術を教師が身につけることは如何にもまともな話しではないかと一見思わ

れますね。然し、そういうことなら、教員養成学部は不要であり、早速につぶすべきです。大学院では当然のことながら「数学教育」を使っていますが、学部は、例えば「数学科」という言葉が大手を振っています。それはおかしいと「数学科」の会議で言ったことがありますが、慣例だからとかというので改善はされません。今日のように法人化でもされれば改善も改革も成されるのでしょうか。ともかく、私達数学教育関係者は多数決ではかきません。数学専門家も教員養成の場において存在理由があるわけで、それ以外の根拠はないでしょう。

「算数・数学教育の呼称をめぐって」

数学教育を真に教育的なものと考えてしまえば、小学校の「算数」という言葉は不要になるというのが私の考えで、そのことを学会誌に掲載し、また日本数学教育学会の85年記念誌に算数を数学にしたらどうかと言う提案をしました。今日、算数は極めて優秀だと考えており、かなり明確な地歩にたっていると捉えています。誤解のおそれも無いわけではありませんが、算数の数学化を進めようと言うよりも、中・高の数学の算数化をむしろ狙ったものです。数学教育の人間化を進めたい、そのために算数の良さを広めたいという考えです。

学問教育批判

中学校や高等学校、特に高等学校において、教師は大学において修得した専門の学問・芸術にできるだけ近い内容・方法において教えたいと考えたがるものです。数学の場合に数学観がプラトンの数学観であれば、必ずそのようになるでしょう。その上、教育や学習ということに理解がないと殊更そのようになります。構築された科学の体系と学習・教育の筋とが同じであるとの保証はありません。実際、数学を専門的に学び、未知の論文や図書を読んだことのある者には明らかでしょうが、論理的に構成されている論文や図書を一頁目から順に綿密に読み、証明をすすめていくことが新しい数学的知識の獲得の王道ではありません。ですが、できあがった学問や科学の大系に従って教えたい、できあがった科学自体を教えたいという者が後を絶ちません。私はこのような意図をもつ教育を学問教育といい、これを批判するため、即ち学問教育批判のために何人かの論説を取り上げたことがあります(湊, 2000)。ここではそれを概略示します。

少し古いことになりますが、数学教育に造詣のある数学者である正田建次郎(他)(1969)は数学教育現代化に対する賛成・反対の渦巻く中で、「数学教育においては、数理的考察の長養を目的とすべきであるから、そこでの数学はわき役で、わき役はわき役らしい演技をしなくてはならない」(p.10)こと、及び「それだけに革新に就いては慎重でなければならず、"数学の教育"でなく"数学による教育"という線をくずさないように心すべきである」(p.19)と述べています。当時は、多くの論者が数学を教える立場を前提とし、現代化だ、いや近代化だと叫んでいたのです。数学を教えることではないとの立場を明確にしていること、この時代に数学者がこのような発言をしていることは極めて貴重です。

数学教育に関する比較的新しい記述を一つ示します。鈴木正彦(1999)は、数学教育協議会を数学教育の自立と科学化運動に飛翔させたと評価しながら、「数学教育協議会の識者等によって創出された"新たな教育方法"は、教育内容・指導方法を大胆に見直そうとする

積極面を有した。しかしながら、この方法は、「数学という科学を教える」ことを基本的視座に置くものであった。従って、学習者の認識に基づくものではなく、数学のもつ特性そのままに、算数・数学教育に適用せんとするものであった」(p.55)と記しています。この指摘の中で最も重要であることは数学に関して学問教育を批判し、あるいは反省している点です。この批判は素晴らしく、これ程明確な学問教育批判を数学教育に携わる者から聞くことも珍しく、貴重です。しかし、この運動の本質をこれ程明確に把握しているに関わらず、この運動が数学教育を自立させたとの評価は全く理解できません。学問教育は教科教育を専門の科学や芸術に隷属させてきたし、現実にならなってきました。

以下では、大学教育をも含め、たまたま出会った学問教育批判を算数・数学教育以外の二三の教科に関して記します。

大野 晋(1999)は「古文を学ぶとき現代日本人は古文の文法を習う。それが自然です。ところが学校文法では、現代語の文法から教えようとする。しかも文章を読み書きする上で大事な点にしぼって教えるのではなく、子供に『文法学』を体系的に教えようとする。… 特殊な、文法好きの子供のほかは、みんな退屈してしまう。現代語は文法など習わなくても読み書きできる。芭蕉も西鶴も近松も日本文法の教育など受けなかったのに、立派な日本語を書きました」(p.46)と記しています。

大学の物理教育について、中山正敏(1999)は大学の物理教育について「物理の体系を教え込むことばかりが大学教育ではあるまい」と述べ、自然科学教育における学問教育批判、学問教育に対する反省をしています。ただ、では今まで何故に学問教育がなされていたか、また何をもって物理教育と言うべきなのかという問題は依然として残ります。

宇野巧芳(島田雅彦編著 1999)は極めて明快、かつ強烈に学問教育批判を、この場合は芸術教育批判と言った方が良いかも知れません、しています。彼は、中学・高校の音楽教師の体験をもっており「だから、学校教育の授業は技術や知識を教える場であってはならない。そんなものは音楽学校に行く人だけが必要なのだ。そうではなくて、人間にとっていちばん大切なこと、すなわち、美しいものを美しいと思い、醜いものを醜いと思う心、生きる喜びや悲しみを知る心、延いては、人間は何の為に生まれ、何の為に死ぬのか、という問いに答えられる心を養うためにあるのだ」(p.122)と記しています。

この頁の後に、ベートーベンが計算が下手で、ある楽譜の欄外に 36 の 4 倍を計算しているのだが、かけ算ができず足し算で計算している。これは昔のことであり、しかもヨーロッパにはこのような計算も苦手な人は威までも沢山居ると記されています。そして、その足し算が誤っていて 144 となるべきところ 224 になっているが、ベートーベン一人の人間にとってそのことがどれ程の意味をもとうか、と宇野は書いています。

ICME9 国際会議における学問教育批判

最初にとり上げた正田建次郎による数学教育とは数学の教育ではないという言葉と類似の発言を 2000 年夏に幕張で開催された ICME9 の講演から二つを拾い上げておきます。

- ・ E.Ch.Wittmann(2000): The idea of transposing academic mathematics down to school mathematics is wrong at its very outset, because ... (ICME9 特別講演の草稿による)

専門数学を下に下ろしてくるといふ数学教育はハナから間違っている。

- ・ H. Sakonidis(2000): School mathematics was seen as a simple version of mathematical knowledge. (ICME9 の講演の際の OHP による提示を、この講演の司会を務めた私
が書きとったもの) なお、以上の太字は私が付したものです。

過去には学校数学は専門数学の簡易版とみられていた。

Wittmann(1998, p.57)は数学教育を「… 学校教育というものを、数学的なものも持っている広範な社会的文脈の中で前数学的な人間的能力の開発として捉えるべきである」としています。ここで「数学的なもの」とは、彼の特有な概念であり、専門数学を含むより広範なもので、彼はこれを大文字を用いて MATHEMATICS と記します。なお、その定義には論理的な問題点があると考え、若干の修正したものを湊(2001)が示しています。

Sakonidis は、ギリシャにいるトルコ系住民の数学教育に関する問題を研究で扱っていました。数学が唯一絶対の数学を扱っているなら民族には無関係であるが、数学を文化とみれば、そこには民族に従った別々の数学教育があるだろうとする立場からの問題提起でした。彼は、冷戦後の民族問題がこの問題にもからんでいることを述べました。

本科学研究費開発研究に対する関心

さて、狭間節子先生を代表者とする本科学研究費開発研究に関し、本研究の前身である既刊の図書(狭間節子編著, 2002)に記載されている次ぎの言葉に私は強い関心を持ちます。

現在の図形教育では、カリキュラムにおいても学習指導においても、立体の構成要素、性質などの理論的側面が先行し、空間思考の側面は見落とされ、生活や通常の学習のなかで子どもが自然に身につけることに任せられている。(太字は私による)

この主張は、図形教育が、子供達の生活に役立つ空間概念、子供の空間思考の養成という要求にでなく、幾何学という学問の要求に強く引き寄せられていることから生じていると私は解釈します。論理的側面が概念形成、そのための空間思考と全く無関係であるとは言いません。しかし、論理的側面によらなければ明確な空間思考などあり得ないと言う主張をする人もいるでしょうが、その場合の空間思考は幾何学におけるもので、現実と関わらないということに注意が必要です。

子供の生活空間を想定する限り、その中において概念形成が行われるべきであることは明らかです。教育観、指導観、学校教育の目的がここで問われているわけです。

狭間先生達の研究では、ともすれば実践研究が理論の形成にも実践研究にも都合の良い学校段階、例えば小学校、あるいは小学校と中学校、あるいはそれらを抜きにした高等学校、に限定して行われやすいから一貫教育がその打破として叫ばれるのですが、本研究は当初から小・中・高にわたるものとして計画されていることは貴重です。

正に、この研究は日本では極めて貴重なカリキュラム研究になっていると考えます。我が国にもカリキュラムに関する図書は出版されており、生活短限カリキュラム、相関カリキュラム等々が何であるかを述べていますが、実際にカリキュラムの開発研究は、今朝の赤井先生のお話のとおり行われていません。私は附属小学校の校長をしたとき、学校の研

究と言うものがカリキュラムの開発研究とどのように関わっているかを検討し、結果を日本教科教育学会誌に出したことがあります。その際下敷きにしたのは、英国の SMP を指導した数学教育学者の A.G.ホーソン他のカリキュラム開発段階説で、これに当てはめたところ、結局当時の附属学校等で研究と称して行っているのは如何に普及するかという最終段階のところではないということでした。

(5) 数学教育の将来展望

我が国における一・二の提案

授業三型論を述べましたので、今後の発展の方向に答えるべきでしょう。残念ながら、また当然のことながら私には明確な概念ができていません。先に少し触れました市川伸一の C 型の改訂版も考えられますが、これは C 型の変異態です。

佐藤 学(1999)の言うように、小グループの協同学習は確かに学習内容によっては優れたものであり、協同に期待する心はよく分かりますが、算数・数学の場合には授業型の中心に据えるのは困難です。教科の特性、普遍性の強い数学・自然科学と普遍性の少ない人文・芸術系に大凡分けられる、によって一様には言えず、算数・数学の場合は、いくらアリストテレス的数学観をもっているても数学の特性を無視できません。構成主義の立場は認識といわれるものを越えることはできず、数学に多様なものがあること、数学の文化性を考えれば構成主義の立場を中心として数学を学習させることはできません。

総合的な学習について

性格として授業型とは少しずれますが、C 型授業がアリストテレス的数学観の獲得によって可能となったということから発展させると、数学も人間と環境の相互作用から発している他の学問領域と同根であり、基礎的部分は共有していることになるので、いわゆる総合的な学習を一つの発展として捉えることが可能です。実施時間をどの程度にするかは問題ですが、総合は一つの発展形態として捉えられます。授業型は、計画した学習に従って工夫し、算数・数学に生かすことができるかどうかを検討することになります。

授業型の問題は、型の追求でもありますが、指導目標や指導内容、あるいは学習という現実的実地的要求への適合性から検討することが必要です。そこで今後の算数・数学教育の先導的立場と私が捉えているものの幾つか述べておきます。

RME(フロイデンタール研究所)

午前の研究発表の際に橋本是浩先生(大阪教育大学)から配布された教材『影をうつす』を作成した RME(フロイデンタール研究所)が志向する、現実世界から数学的素材を抽象し、これを数学的に処理するといった算数・数学教育は強力な方向の一つです。

我が国においても、現実世界から素材をもってくることは研究会ではよく行われています。その多くは動機付けを目的としているようで、一時間の授業はもつとしても数学的な発展性が疑問で、単元を構成する程のものは少ないです。『影をうつす』はワークシート様の副教材ですが 27 頁あり、ここで一応は終わっているものの、後に「射影」の観念に発展する素地指導とも言える壮大な見通しが立てられます。

Wittmann, E.Ch.の本質的学習場・操作的証明

算数・数学の展望に際して欠かすことができないだけでなく、むしろ最も重要なものとして Wittmann の提案する Substantial Learning Environment (本質的学習場)に基づく算数・数学教育があります。数学教育に対する彼の思想は ICM9 の講演(Wittmann, E.Ch. 湊訳, 2000)で伺えます。彼は、ある種の図による証明を、これを操作的証明(以前には映像的証明と言っていた、おそらく映像は狭すぎるから操作的証明としたのであろう)との言葉で述べています。詳細については、彼の黄表紙本 *mathe 2000, Selected Papers*, あるいはその中の一論文の訳(Wittmann, 湊訳, 2003)に記してあります。

Bishop, A.J.の数学的文化による教育

もう一つは Wittmann と並ぶ西欧の算数・数学教育の大立て者で、現在オーストラリアにいる(はず)の A. J. Bishop(1988)が提示している Mathematical Enculturation (数学的文化化・数学的文化による人間教育とでも言おうか)の考えです。この考えは、地域文化を大切にし、そこに転がっている数学的な素材をとりあげながら数学的立場からの教育をめざすもので、こう述べると RME と似ています。実際、H. Freudenthal の創刊になる ESM の編集長を務めた人ですから。但し、Bishop の考えは RME よりも文化それ自体に強い関心があり、文化化と文化変容とを区別しており、文化による教育の一環として算数・数学教育を位置づけるという考えであり、この際の数学なるものを数学的活動として定義しているところに特徴があります。その点は Wittmann も SLE を定義しており、前記の言葉通り、専門数学を教える立場ではありませんが、Wittmann は Bishop よりも専門数学寄りにみえます。

RME については不明ですが、以上の Wittmann と Bishop とは共にそれぞれの数学教育思想に基づく教員養成を論じており、Bishop の場合は特に具体かつ詳細です。数学教育の研究が単なる指導法の改善であるならば教員養成ではその教材をとり上げる程度でよいでしょう。数学教育の問題を根本的に論じるとすれば教員養成を抜きにして済ますことはできません。授業三型論も授業改善を推進するための教員養成の立場での理論構成でした。このことからすると、本研究にも、教員養成における幾何教育の観点、概念形成をねらう活動を軸とした大学幾何教育のあり方が問題となり、この部分は専門数学の責任でしょうが放置できない問題です。このことは幾何教育に限定したものではありませんが、広く教員養成大学・学部における数学の課題として論じたことがあります(湊, 2002)。

我が国における実践者と研究者の相互依存関係による全人教育

最後に、Wittmann が ICME9 でとり上げ、私の訳書でその有効性が極め付きで賞賛されている我が国の授業研究について触れておきます。ここで述べた RME, Wittmann, あるいは Bishop の理論とは異なり、数学教育をどのような方向に進ませ、どのように改善していくかという具体的で一般的な目標が設定されているわけではありません。ただし、では全くないのかと言われれば、全ての授業研究が備えるべき性格、あるいは基本的目標である学習者の人間形成、全人教育をめざしていると言えるでしょう。授業研究の最大の眼目は、Stigler の目論みからずれて、子供を見る目を養うことです。「教育・学習・学び、

子供」をはっきりとめざしていることが授業研究の特色です。

授業研究は、子供の学習や学びという観点から、国内外の諸理論をとり入れながら、文化という観点から一歩ずつ子供の実態に応じて改善していくという極めて現実的な研究・実践です。先に、C型に続く授業は何かと訊ねられても明確には答えられないと申し上げましたが、理由があつてのことです。特定の主義主張に賭けて進むのではなく、その時代や現実に根ざしながら、いろいろな教育理論と研究成果とを巧みに取り入れて人間形成・全人教育に向かって絶え間なく一歩ずつ前進させるというのが日本式授業研究の特色です。あんまり見栄えはしないかも知れませんが、これがやっぱり日本の特色ではないでしょうか。これを可能にするのは現場と大学とが密接な相互依存的関係をもつ環境と、現場の教師が実践者と同時に研究者として機能できる能力とが前提となります。

狭間：湊先生、有り難うございました。先生のご研究と内外の資料をもとに、授業三型論、学問教育批判、そして数学教育の将来展望をお示しいただき、私達のこれからの研究・実践に多くの示唆を頂きました。

この機会に湊先生には是非お聞きしたいこと等がありましたら、どうぞ。

質疑応答

吉武：有り難うございました。先生のA型、B型、C型というお話、よく分かったんですけども、日本はC型、集めたビデオではそうなっているということだと思いますが、先生は日本ではC型がもつと沢山盛り込まれるべきだとお考えなのでしょうか。あるいは、小学校ならまだしも、高等学校にはいろんな学校がありますので、学校で違いがあつてよいと考えられるのか。それとも、どの学校でもA、B型よりもC型の方を盛り込んで行くべきとお考えなのでしょうか。

湊：小・中学校のことはよろしいですね。高等学校もやはりC型の授業を進めて行くべきだと私は考えています。これには能力差や進路の問題もありますが。例えば大学理系に進学する子供の場合、数学をかなりの程度まで勉強しなければならない。そのような経験を持って初めて進路の選択が可能で。その場合は講義式の数学授業を受けてみることも必要でしょう。一方、今後は数学とは殆ど縁を持たない子供の場合、往々にして数学的な能力の低い子供かも知れませんが、そのような場合は教え込みでなければどうにもならないと考えられるかも知れませんが、このような場合ほどC型の数学的活動を含む授業をすべきです。教え込みでなければ分からないと考えられる場合、教え込みでは何も得るところはあれません。訳も分からず、ただ指示に従っているだけですし、その指示内容も程なく忘れてしまいます。ともかく、高校1、2生の場合の授業の基本型はC型で進めていくべきであると考えています。

乾：今のお話のA、B、C型については考えていることがいっぱいあるのですが、C型のような形でも子供達が学習していけるレベルまでもつていくとすると、小学校のどの時期からどのように関わっていけばよいのか。その辺について先生のお考えを。

湊：小学校低学年ですと、大体C型みたいなものでしょう。教え込みをすべきであるとのご意見かも知れませんが、赤井先生、どう授業をされておられるでしょう。学習習慣の問題もあるでしょうが。

赤井：教え込みはしませんね、低学年の場合は。

湊：そうだと思います。教え込みのようにして躰けていけば、ある段階からは自ら学ぶことができるようになると思う考え方もあるかも知れませんが、それでは自ら学ぶための準備ができていないわけです。だから、小学校の低学年でも、極めて不完全に見えるかも知れないけれども、子供達に活動させ、自分たちで活動しながら学習していくことが必要になってくる。その理由は、そのような学習でなければ知識等が本当には身に付かないこと、もう一つは、そのような学習を通して主体的活動としての学習の仕方を身につけていくのがよいことにあります。ですから、ここにはどのような能力を身につけさせるかという教育観や問題になってくると思うんですけれども。

乾：と言いますのは、自由に考えるという表現を使いますが、自由に考えていった場合、その考え出したことが正しいのか正しくないのか、それからどんな問題だと解けるのか、解けないのかという、そういう判断力がつくのはどれぐらいの年齢なのかということが関わってくるのではないかと思うんですね。ですから、学校教育という場では子供達に関わるとすれば、どういう意識をもって、どういう時期に関わり始めればよいかということだと思うんです。

湊：確かに C 型の場合、正しい考え、誤った考え、それに正しくとも手続き的に非常に面倒な解決方法、非効率的な解法と言ったものが出てきますよね。子供は案外と自分が考えた方法に固執する、それが効率的でなくとも、とも言われていますけれども。自分の血が通った、自分にはよく分かる考えや方法だからでしょう。ただ、解決法の提示の後に討論・話し合いがもたれる訳で、これが大切な役割を果たします。

私達が持ちやすい考え方は、小さい子供はまだ未熟だから、或る程度までは強力な、一方的な教えが必要で、ある段階になって、それこそ理性が付いたら子供の主体性に委ねるべきだという考え方があります。この考えは妥当な様に見えますが、その段階では主体的に考えることが身に付いていないという問題があります。また、それまでに獲得した知識も生きて働く知識になっていないと言う問題があります。

全く自由に考えさせるということもあるかも知れないが、普通は提示された課題に、既存の知識を使って解決をはかると言う目標があるので、実際にはある方向性がうちだされており、また教師による支援・指導がなされる訳で、ただ考えなさいではやっぱり力は育っていきません。

子供はその発達段階なりに、直観的であっても、何かの判断をし、よさを認め、そのような経験を積ませて、なるほどと言う体験をさせて、いわゆる正しい判断ができるように次第に育てて行くべきだというのが私の考えです。(後記：講演が終わってから乾先生とお話したところ、私の口から言って欲しいことがあり、質問されたとのことでした。そのことに関してお答えしたつもりですが、議論の本質的に触れることとして、明治期の中学校における幾何教育に関して加筆します。明治期の小学校では図形教育は極めて限られていました。算数が算の術と言われていたのはこの点で適切でした。中学校で突然ユークリッド流の幾何学が行われれば生徒は全く分かりません。そこで、前学年に「幾何学初歩」という科目を設定し、直観的な図形教育が行われたのですが、この科目は幾何学のもつ学問性を有していないということから批判され、とり止めになりました。学問教育をもって教育だとすれば、このようなことが必ず起

こります。事前に直観などもっていて欲しくないということでしょう。この考え方を徹底すれば、何時になっても「学問」は学べません。確かに、ピアジェの言うように次第に認識力は高まるでしょうが、それと共に学問以外の知識も一杯学んでいきますから。この幾何学における学問教育観に対する批判と学問や科学にいたるまでの子どもの概念形成の必要性・重要性の認識が本研究の立脚点になっていると私は捉えています)

橋本：C型学習を考えたときに、今の教科書の書き方について、どのようにお考えですか。

湊：教科書なるものに対する考えは最近大分変わってきて、大きさも変わったり、書き込みができるかとなってきましたが、我が国における教科書の基本的考えは「お経」でしょう。教科書は「小学算経」とか、「小学一年算経」とかといったものなのでしょう。ずっと読んでいくと大体のことがわかるという書き方が基本的型です。今の教科書にも残っていて、読むことが中心になっています。

活動を中心にすえた別の形の教科書も考えられるでしょう。ただ、教科書というのは、訳本のなかにも出てきますが、勿論、日・米で違いがありますが、教師が読んでよく理解できるということが一つの条件になっています。Teacher Freeというのは、むしろそれさえも受け付けない教師ということですから、決して好ましいものではないわけです。極めて自由な発想で作成してもよいことになれば、検定制度ではなくなり、父母がお金を出すことになるでしょうが、活動主義には不安をもつ親が多いと、立派な内容が記述されている教科書が歓迎されるかも知れません。ともかく、今日の教科書には制限が多いのです。

橋本：予算で制限していますからね。

湊：やっぱり問題はあります。基本的レベルの維持には役立ってきたでしょう。日本の良さは、要するに普通の人々が非常に立派であるし、知識も持っているということです。競争と選択の考えを強く導入したら、この傾向が今後も続くかどうか分かりませんが。

乾：総合的な学習とリンクさせながらC型授業に後に続く授業型をとりあげられましたが、算数・数学の内容とどのように関わるとみておられるのでしょうか。

湊：先程お話ししたことは、学問や科学、科の学としての科学、がそれぞれ皆別個に独立してあるのではなく、人間のもつ資質・身体を通してできあがってきたものであるということでした。だから、分化した科学や学問の根っこに戻れば一つのもと考えられますから、そこに総合的な学習の存在理由がある。勿論、既に何かの形で分化・分科している訳なので、何を観点にくくるかという立場の設定が、テーマで括るとか、教科でくくるとかといったことが分かりやすいかも知れませんが。どちらにしても算数・数学はそのような総合的な学習の中で取り扱われることになり、今より一層他分野との関連が密な形で、勿論算数・数学を独自の学ぶことを無くするのではないが、そのような形でも学ばれることになる。容易に考えられることの一つは、数学のもつ限界、今日までは好ましい特性として祭り上げられる一方であったこと、例えば、普遍性については、普遍的であるが人間の細やかな感情とは関わりないとか、価値とは直接関わらないとか、そういう形でも算数・数学教育が発展していくことになると思います。総合的な学習の試みは子どもの力の発展だけじゃなくて、算数・数学教育の

発展の切り口になるのではないかと、そんな風に感じています。

てつ：今日は有り難うございました。午前中はここに大阪市の人がおいでになったんですけれども、大阪市には学習指導のあり方を考えていくときに、教科研究、教科内容の背景を捉えたり、授業の認知的側面のあり方を分析したり、そしてそれを指導して具体的な指導を考えていくわけですが、問題解決学習を割と早くからとり上げてきました。ところが、自力解決した後に多様な考えを学び合う段階で、いろいろな考えを出させるのですが、ただ単に出させるだけの授業が多かったのです。教師がそれらに数学的な繋がりを付けたり、高い視点から引き上げていく様な場面が、あるにはあったのですが、少なかったのです。

湊：その場面はやっぱり必要なことですね。

てつ：そのことがなければ問題解決といっても、多様な考えを出させるだけで終わってしまうことになる。もう一つは文科省から、確かな学力というか、いわゆる基礎・基本に対する比重がかかってきていますので、教えるべきは教えておこうという風になりやすい。

そこで、問題解決学習の可能性というか、先程は総合というか、学力そのものをどう捉えるかということをお話されたのだと思いますけれども、算数・数学の立場からして教えることと問題解決的に学習していくこと、指導するということと子供の可能性を引き出すことのそれぞれの可能性というかその限界というかを教えて頂きたい。

湊：先程お話があったように、沢山の考えを出すのがそれで終わりでは、時には無責任な考えも出てくる、可能性としてあるわけです。教師の準備としてはどのように授業を進行していくか、何は取りあげ、何は取りあげないか、様々に出てくるあり得る解答をどのように数学的に分類し、位置づけ、何をその場の望ましい解とするかについての事前研究が必要です。それ無しにやったのでは学校教育としては駄目ですね。

ただ、現場では本当にお悩みのことだろうと思うんですけども、実際の場面に当たって見ないとどの程度、どんな風にとすることはなかなか言えません。例えば、基礎・基本を重視して計算力とか計算の手続きを知らなければならないと言っているとしても、実際にどのような授業が行われているか、機械的な計算を練習していることが多い様に見えても、算数・数学の本質をきちんと把握されて指導している先生もおられるかも知れないし、そのようなことではなくて、算数・数学は計算であるとの立場にたち、そのために問題解決的な授業を組んでている先生もあるかも知れません。

ともかく、例えば小学校では計算だ、これを徹底しておけばその後の学習は楽になるとの考え方を私はとりません。どの段階でも算数・数学の有意義な学習であるべきです。将来のためだけに存在する時間というものを私達は持っていないと私は考える。ある時期は基礎だから仁政を犠牲にして基礎を徹底することだけをすればよいという考えは、算数・数学の学習をつまらないものにし、大学生でも「数学とは計算である」という立場から抜け出すことをできなくさせます。

問題解決的授業をどの程度とりあげるかということは具体的な問題となりますが、やっぱり問題解決的学習をできるだけとりあげ、活動させるのがよいことです。

それが学習に効果的であるし、学習の本筋であるからです。その時、野放しでやるのではなく、ある種の制限、ある種の筋に従って授業を組み立てるのが当然ではない

かと思っています。

狭間：長時間にわたり，有り難うございました。

（当講演のビデオ起こしをして頂いた方々に厚くお礼申し上げます。講演内容の趣旨を明確化するために少々言葉を加えるなど致しました。ご了承下さい。 湊記）

文 献

- (1) Bishop, A.J., (1988) ; Mathematical Enculturation. Kluwer Academic Publ.
- (2) 狭間節子編著(2002) ; こうすれば空間図形の学習はかわるー〈小・中・高〉算数・数学的活動を生かした空間思考の育成. 明治図書
- (3) Howson, G. et al. 島田 茂, 澤田利夫 監訳(1987) ; 算数・数学科のカリキュラム開発. 共立出版
- (4) 湊 三郎(1992) ; 我が国の学校が取り組んでいる研究とは何か. 日本教科教育学会誌 15, 3, 1-7.
- (5) 湊 三郎(2001) ; 算数・数学教育の呼称をめぐって. 東北数学教育学会年報 32, 14-27.
- (6) 湊 三郎(2002) ; 授業三型論に基づく教師の数学的資質. 上越数学教育研究 17, 1-20.
- (7) 湊 三郎, 八柳久夫 (1989) ; 算数の授業過程を学習するためのビデオ教材の開発. 秋田大学教育学部教育工学研究報告, 11, 33-41.
- (8) 中山正敏(1999) ; 学生オソルベシ. 大学の物理教育 11月特別, 日本物理学会 16-18.
- (9) 沼野一男(1971) ; 教育工学. 日本放送出版協会.
- (10) 大野 晋(1999) ; 日本語練習帳. 岩波(新書).
- (11) 佐藤 学(1999) ; 教育改革をデザインする. 岩波.
- (12) Stigler, J. & Hiebert, J. 著, 湊 三郎訳 (2002) ; 日本の算数・数学教育に学べー米国が注目する *jugyou kenkyuu* 教育出版. (橋本・坪田・池田(2003) ; 『Lesson Study 今、なぜ授業研究か』東洋館)
- (13) 鈴木正彦(1999) ; 第二次大戦後後のわが国の数学教育の発展について(Ⅲ)ー強靱な自立運動の展開と"科学化運動"への飛翔ー. 数学教育学会研究紀要 40.3・4, 41-56.
- (14) 正田建次郎他(1969) ; 『数学教育の革新のために〈高等学校編〉』啓林館
- (15) 宇野功芳(1999) ; 音楽. 島田雅彦編著(1999)中学生の教科書. 四谷ラウンド, 所収, 111-137.
- (16) Wittmann, E. Ch. 湊 三郎他 5名(1992) ; 設計科学としての数学教育学. 東北数学教育学会年報 29, 52-69.
- (17) Wittmann, E.Ch., 湊 三郎訳 (2000) ; 算数・数学教育を生命論的過程として発展させる. 日本数学教育学会誌 82, 12. 30-42.
- (18) Wittmann, E.Ch. 湊 三郎訳 (2003) ; 教師教育の A(アルファ)と Ω (オメガ)ー数学的活動の組織化ー. 東北数学教育学会年報 34, 41-54.

(以上)

講演

眼球運動測定による算数図形問題の情報処理過程

—正答群と誤答群の違い—

高平小百合 (玉川大学・助教授)

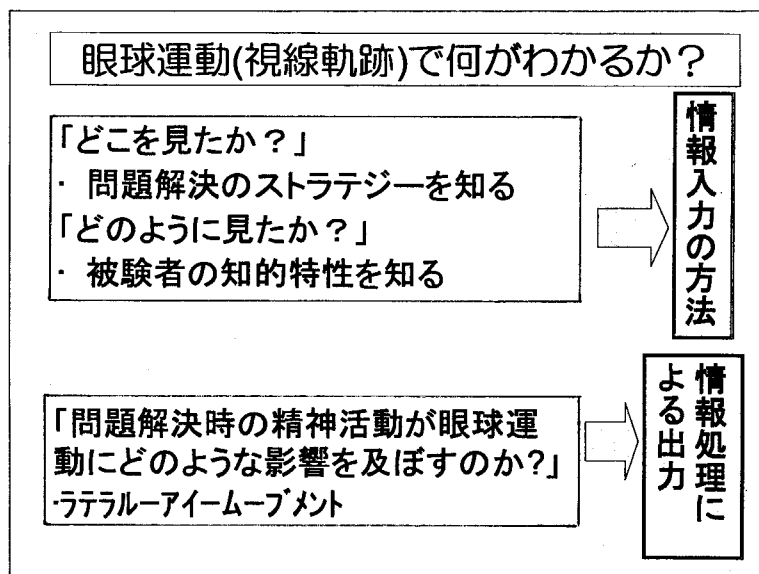
**眼球運動測定による
算数図形問題の情報処理過程
—正答群と誤答群の違い—
(パイロットデータより)**

高平小百合
玉川大学
教育学部
脳科学研究施設
21世紀COE (全人的人間科学)

1. はじめに

私がこの眼球運動測定というものを使って、算数の図形問題とか、空間図形問題というものを調べようと思ったきっかけをまずお話します。玉川大学が21世紀COEを受けることができて、そのCOEの中心になるところが玉川大学の中の脳科学研究施設という所でした。その脳科学というところを中心に、脳科学と教育とを結び付けた形で研究を進めるということがCOEのひとつの目標になりました。

脳科学と教育の融合ということで、私のテーマとしましては、空間的思考というものを脳科学的に研究することに興味がありましたので、その方向から研究することにしました。その中の一つのテーマが算数の図形課題を使ってやってみようと思ったわけなんです。脳科学的に考えるというので、ひとつはMRIという装置もCOEのお金で買うことができましたので、情報処理過程とかそういったようなものも脳科学的に知ることができるようになりました。けれども、その前にまずよく知覚研究ですとか認知科学でよく使われております眼球運動の測定から目の視線を追跡することによって、その思考の過程を調べてみようと思いました。目は口ほどにものを言うと言いますが、本当にそうなのかどうか。発話のプロトコル分析というのは算数の図形問題なんかではやったことがあるのですが、それプラス、より客観的な思考として視線軌跡で何がわかるのだろうかということでこのテーマを選びました。



「視線軌跡で何が分かるか」ということについては、どこを、どのくらい長く、どのお
うに見たか、というようなことで問題解決のストラテジーなんかを定義することができる
かもしれないと思うのです。どこをどういうふうに繰り返し見たか、スムーズに見たか
ということから、その人の知的特性を客観的に知ることができるかもしれません。ちょっと
抽象的なのですけども、そのようなことが情報の入力、どういうふうに情報を採取してい
るかということに関わっていて、それを知ることができるのではないかと思います。

もうひとつは、これは排他的に分けることはできないと思うのですが、問題解決のとき
に、実際、脳が動いて精神活動っていうのが行われて問題解決をしていると思われま
すが、そのときの精神状態というものが目の動きに影響を及ぼすっていうのがわか
っています。そういうのが情報処理そのものもそうなのですが、それによって目の動きが
変わってくるというわけですから、それが出力にも影響を与えることになり、精神活
動の結果の出力を見ることにもなります。出力と入力をはっきり分けることはできな
いのですが、その両方を含んでいるものが視線軌跡に現れているのではないかと考えら
れています。

私が最初に眼球運動に興味を持ちましたのは、認知科学の分野で眼球運動（視線軌跡）
を使って将棋のプロとアマの思考の違いというもの研究していた方の発表を聞いたこと
でした。そのときにプロの方の視線の軌跡というのは、ほんのわずかでほとんど動いて
いなかったのです。非常に重要な将棋のポイントのある局面でいくつかの重要なポイント
数点だけ見て、それでも次の瞬間には次の最善の一手を指すことができる。しかしアマ
チュアの素人の方は、一生懸命その場面の局面で将棋盤のいろいろな部分を見て目を
動かしているのですが、最善の一手がプロのようにうまくいっていない。その視線軌
跡の違いというのが非常におもしろいと思ひまして、それでこういったような問題解
決場面での思考過程の分析を思いついたということなのです。

2. 先行研究

先行研究

眼球運動から知る情報摂取

(1) Brant(1944)

「The Psychology of Seeing」

課題：幾何・代数・算術・問題解決・
知能検査等

結果 { 優秀者：システムティックな走査パターン
劣等者：ロスや無駄が多い走査パターン

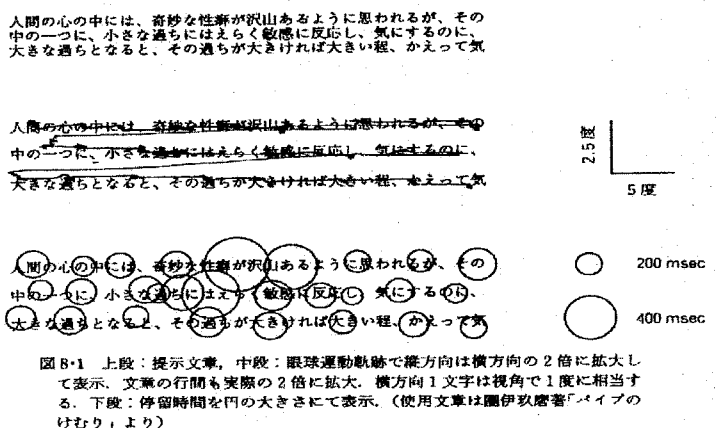
(1) 文章を読むときの眼球運動

これは非常に精密な装置が必要ですので、あまり古くからやられていないだろうと思っておりましたが、知らないのは私だけで、19世紀から実はこの実験が行われていたらしいのです。古くから行われていて、算数・数学関係で古いもので、もう60年も前に、代数や数学の問題解決などを眼球運動の視点から調べた方でBrantという方がいらっしゃいました。成績の優秀な人と悪い人の視線軌跡の違いを調べ、優秀者の視線はシステムティックな走査パターンであったけれども、成績の悪い人たちは無駄の多い視線の軌跡であったということが報告されています。これは本の中にあります。

(2) 斉田 (1990)

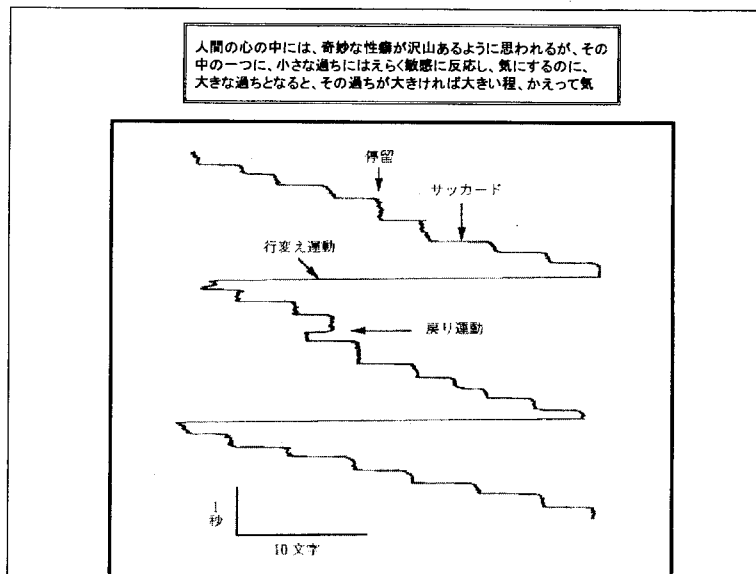
「読みにおける眼球運動」

目的：読書時の眼球運動の一般的特性



近年になりまして眼球運動、これ算数に関係ないのですが、読み、読書時の眼球運動の一般特性を知るといことで、斉田先生という方が実験をなさっていました。これはむしろの文章の1部なんですけれども壇伊玖磨さんの俳句の「煙」という文章の一部らしいです。これがその視線の軌跡がずっと線になっているものです。ところどころ濃い所があったりします。文章の行が変わりますと、次のように移行している、という視線軌跡が見ら

れるんですが、角度と速度という2つの指標で見ていくのです。これが、角度としては2.5度です。こちらが400ミリ秒ですから、非常に早いのです。普通文章を読むとき、私たちはスムーズに一樣に読んでいっているような印象を受けるのですが、実はそうではなくて、あるところでは時間をかけて、と言っても数百ミリの単位ですので、それほど意識できる単位ではないのですが、非常に早いところと一箇所に留まっているところと、例えば400ミリ秒停留しているところとありますよ、というようなことがわかっています。つい最近の他の研究でも漢字とひらがなの部分の違いですとかそういったことも研究でわかってきています。



これが今のと同じ文章なのですが、この三行先ほどの三行を、これを1秒、3秒ぐらいですね、3秒ぐらいで1行を読んでいる。ここで「サッカード」という文字が出てきますけれども、サッカードというのは分かりますように時間はほとんど経ってないのですね。横は文字数になっています。縦が時間ですから、時間が経ってないのに5文字くらい視線が行っている。こういったように非常に短い時間に一瞬にして文字を見て、目が移行することをサッカードといいます。

こちらの方は反対に時間は500ミリ秒がたっているのだけれども文字が全然進んでいない。1文字の同じところに視線が動かずにいることを停留といいます。ですから、私たちが何かを読むときは、スムーズな運動の目の動き（追従眼球運動）ではなくて、停留とサッカードの繰り返しという形で私たちは文字を読んでいるんだな、ということです。

それからもうひとつこれは重要なことですが、文意が理解できる程度に判読している場合の眼球運動なのです。ですから理解できていないときには、もっと異なる文字上での停留がすごく長いこともあるというのだことが容易に想像できるかと思います。

それから次ぎの停留の位置というのは、文字の上にある場合も多いけれども文字間隔、文字と文字の間にある場合もある。それからこの実験で分かったことは、定位置関係は150-500ミリ秒、ほとんどの場合には、200-300ミリ秒、まあ0.2秒、0.3秒だということです。サッカードの大きさというのは2文字~5文字で、ほとんどが3・4文字であるということがこの実験からわかっています。この実験で、考察といいたましようか、まとめとして、この齊田という方がおっしゃっているのは停留時間やサッカードの大

きさというのは、やはり読む人によって異なる。読む人によって文章の難易度というのも異なる。それから読み方、どういうふうに一生懸命読んでいるか、拾い読みしているのか、あるいは校正読みしているのか、そういったような読み方によっても異なります。

ひとつこの読みのことを眼球運動から何か算数数学に言えるとしたら、算数の文章題を解くときにあてはまるかも知れません。例えば小学校の算数文章問題で、同じ問題で未知数が異なるようにして出した場合に、比較量が未知数の場合と、最初の量が未知数の場合では正答率が異なってくるというのがあります。そのような文章題のときに、やはり正答率が低いような未知数の文章題というのは、そこの部分で停留時間が長くなっているのではないかと思います。そういうふうな、正答率が違う理由を客観的に知るためにも使えるのではないかとこのようにこれを見て思いました。

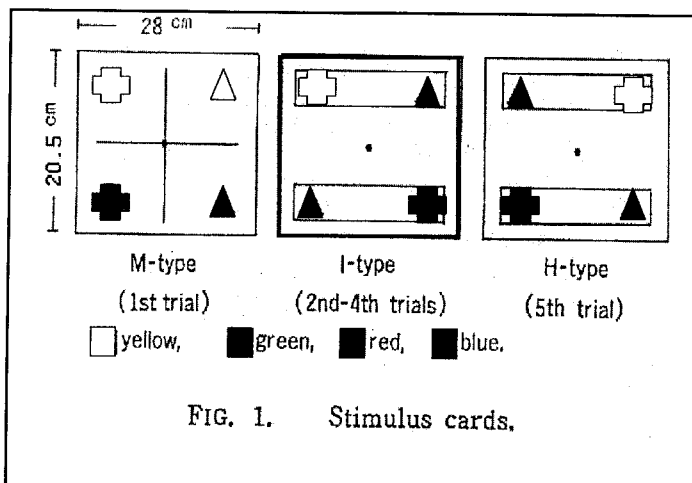
**文意が理解できる程度に判読している場合の
眼球運動の一般的特性**

- 読書時の眼球運動は追従眼球運動ではなく、停留とサカドの繰り返しである
- 停留位置は文字上にある場合が多いが、文字間の場合もある
- 停留時間は150~500msで、殆どは200~300msである
- サカドの大きさは文字数で2~5文字で、殆どが3~4文字である

(2) 推理能力の発達と眼球運動

それから次の先行研究ですが、服部先生という方が推理能力の発達というものを眼球運動で調べたというのがありました。これが発達の観点から調べたもので非常におもしろいものです。幼稚園児5歳8カ月、それから小学校2年生8歳5カ月、小学校6年生11歳9カ月、この3つの年齢グループで実験を行ったのです。

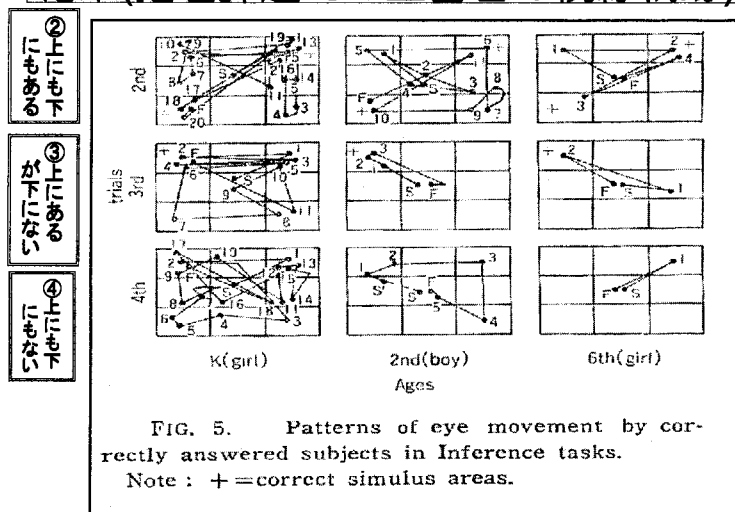
刺激カード



今からお見せいたしますけれども M 課題というのは標準課題、I 課題というのは実際の

推理課題になっています。2 試行から 4 試行。H 課題というのがあるのですが、これが課題ですね。どういう課題かといいますと、まずこれを見せて記憶課題というふうに、最初第 1 試行はなっております。「これを覚えてください」、と教示します。これを覚えてもらって、どこに何がありましたかということをお聞きしますがそれは、覚えてもらうためです。つぎに最初この注視点と言いますがこれだけ見せてこれは最初隠しておきます。これを見せたときに第 2 試行、これは第 2 から第 4 試行まで 3 つの試行があります。第 2 試行のときには聞くのは「肯定課題」です。「両方、上にも下にもある図形は何ですか」とお聞きします。これは、実際にこれを見ている間に答えてもらうのではなくて、これを数秒間見せてそれを何ですかというふうにお聞きします。これを隠したあと、今度はまたこれを見せまして M タイプを見せましてこの「4 つの中でさっき上にも下にもあったものはどれですか」とお聞きします。それらを口頭ではなくて指で指して答えてもらいます。第 3 試行ですがこれも、「部分否定の推理課題」で、これを見せて「上にはあるけど下にはないものはどれですか」というふうにお聞きします。今度はこれを見せてこの中の 4 つの中で選んでもらいます。第 4 試行はこの中で「上にもない下にもないものはどれですか」と聞いてそれを答えてもらう。またこれを見せて答えてもらいます。この 3 つの課題というのがあります。これは、異質のものが挿入されているという別のまた課題になるのですが、ないのは「異質のものはどれですか」という聞き方をします。

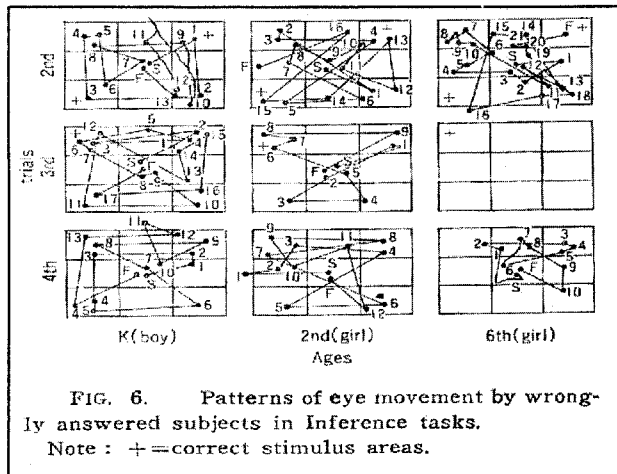
結果(推理課題での正答者の視線軌跡)



これが第 2 試行、第 3 試行、第 4 試行、「上にも下にもあるのはどれですか」と聞いたときの幼稚園女児 1 人ずつの結果です。幼稚園、2 年生、6 年生の第 2 試行時の視線軌跡と正答者の結果が上になります。ここにちょっとわかりにくいですが、プラスの点があります。これがさっきあった緑の 3 角形ですね。上にも下にもあるっていうので実際に視線の軌跡というのは、あの真中の質問した時のあれを見ている時の視線の軌跡です。幼稚園児は全部見ているのです。ほとんど視線の軌跡が非常に多く全部見えています。2 年生ぐらいになりますと非常に少なくなってきました。6 年生ぐらいになりますと、もう一瞬にして、こことここしかほとんど見ていないというのがわかります。これが第 3 試行で「上にはあるけど下にはないものはどれですか」というものです。これも 2 年生になるとだいたい 6 年生と近くなって、視線の軌跡が同じように少なくなっています。上にもない下にもな

いというのは、これはもう幼稚園児は非常に混乱したようになりますけれども、小学校 6 年生では、これもほとんど一瞥してすべて判断して視線の軌跡は少なくて済むということがわかります。

結果(推理課題での誤答者の視線軌跡)



これが誤答者、間違っただ子どもたちなのです。これが第 2 試行，幼稚園児，小学校 2 年生，小学校 6 年生。これが第 3 試行「部分否定」なのですけれども、上にはあるけれども下にはないというもので、この 6 年生はなかったようです。これが否定のほうで上にも下にもないものというものです。

これから何がわかるのかというのをまとめてみますと、正答者と誤答者の間では、幼児以外、幼児の時にはあまり正答者と誤答者の間で違いが見られなかったのですが、2 年生と 6 年生になりますと明らかに視線軌跡のパターンっていうのが正答者と誤答者の間で見られたのです。正答者は非常に視線軌跡が短くて、本当に正答に必要なポイントだけを見ていたけれども、誤答者というのはなかなかそういうところが見られなかった。

それから小学校 2 年生の推理判断能力は 6 年生に近いのではないのでしょうか。眼球運動から推測できることなのです。

眼球運動の垂直対比較数で課題間に少し分化が見られた。課題が否定の問題，部分否定それから肯定と、課題において多少異なる比較数になっていたのではないのでしょうか。それから小学校 6 年生においては推理判断能力というのは眼球運動を完全に決定していたのではないか。課題間で明確な違いが見られていた、というのが言われています。

周辺視と中心視

もう一つの重要なことを著者は書いているのです。「周辺視処理」が行われていたのではないかということです。この周辺視処理というのは、知覚心理学のほうでよく使われているのです。ちょっと横道にそれますが、後から多分私の結果にもこれが出てきますので、小学校 6 年生を使っていますので、何かということだけお話をさせてください。

私たちが目を見てから信号を受け取る所が、目の玉の中にあります。そしてレンズを通して光が入ってきて網膜という所にその光による像が映ります。その網膜上に光の像ちょうど映っている、刺激が入ってきた中心のところが中心ということで、そこを中心にもの

を見ようとする傾向がありまして、それを中心視と言います。

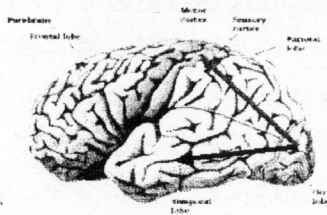
ただ、何かひとつを見ていても、その網膜上では、とらえている物の周辺の部分も私たちは見ているようなのです。注視している部分の周辺部分の情報も入ってきているわけですね。ある何かだけを見ているのではなく、その周り部分も見えているのを周辺視と言います。意識して見ているその部分だけではなくて、無意識のうちに周りの部分も見ているということで、網膜の周辺部で見ているというので、周辺視と言われています。

中心視システムというのは、ここで「what」システム、これはちょっと脳の話になりますが、周辺視システムとは脳の経路が異なってくるのです。ここでは中心視システムでは形とか色とかあっていうものを処理しようとする傾向があるのですが、周辺視システムでは位置とか運動みたいなものを処理しているのではないかと、それは「what システム」または腹側経路 (Ventral Stream) と言われるものです。そういったように脳内の処理部分がちょっと異なっているということが言われています。それから今言いました、この背側経路(Dorsal stream)というのが周辺視システムのほうで、Ventral システムというのが中心視システムの方なのですね。こちらの方で色や形、こちらの方で位置とか運動を処理しているのではないかとということです。

慶応大学連続公開講座ホームページより抜粋 (担当 佐々木他)

2つの視覚システム—大脳皮質—

- 大脳皮質におけるシステム(経路)
 - (Bridgeman 1996, Milner & Goodale 1993, Williams et al. 1999など)
 - “WHAT” system — 腹側経路 (Ventral Stream)
 - ・ 対象の形態、色、テクスチャーに関する情報が処理される
 - “WHERE / HOW” system — 背側経路 (Dorsal Stream)
 - ・ 対象の位置や運動に関する情報が処理される



大脳皮質における2つの視覚経路
(Bloom et al. 2001より一部改変)

Dorsal Stream
Ventral Stream

Keio University SFC Sports Science and Cognitive Ergonomics Project 2003

慶応大学連続公開講座ホームページより抜粋 (担当 佐々木他)

野球の打者の視点

- 熟練者は周辺視システムを活用するために、視支点 (Visual pivot) を置き、投手全体を網膜の周辺部で捉える



熟練者 非熟練者

e.g. expert boxer (Ripoll et al. 1995), expert karate performer (Williams & Elliott 1999)
the young and the elderly (Itoh & Fukuda 2000)

Keio University SFC Sports Science and Cognitive Ergonomics Project 2003