

## 第4章

試案：

空間思考の育成の視座からの図形・空間カリキュラム  
骨子

1. カリキュラム骨子の要点 (狭間節子)
  
2. 空間思考の育成の視座からの図形・空間カリキュラム骨子
  - 小学校 (狭間節子)
  - 中学校 (狭間節子)
  - 高等学校 (吉武 進)

# 1. カリキュラム骨子の要点

狭間節子

大阪教育大学

空間思考の育成の視座からの図形・空間カリキュラム骨子の要点は、次の通りである。

1. 空間思考を育成するための算数・数学的活動を、「観察、実験、操作的活動」、「表現と表現間の変換」、「エンリッチメント」、「判断・推論のよりどころ」の4つの柱で構成し（以下では活動軸ともいう）、学習内容（以下では内容軸ともいう）に対応し、両軸は密接に関連している。活動軸は前章で述べた、「空間思考の発達の指標の概要」表に基づいているが、「空間的メッセージ」の柱は明記していない。
2. 「エンリッチメント」の意味は、空間思考を用いる場面を広げ、空間思考の質を深めること、従って、学習内容も拡張し、深まることを目標とする。エンリッチメントに位置づけている活動と内容は、生活、遊び、アートの世界に広く素材を求めた活動や探究活動などが対応し、児童・生徒のすべてを学習の対象とする。
3. 骨子は、空間思考の育成の視座から、立体・空間図形・空間を主にした活動構成になっている。それに対応する内容と活動を、平面図形、量と測定との関連で位置づけ、平面図形、量と測定に関しては、空間思考の育成から、是非必要と考えられ内容を入れ、活動軸に関しては簡略している。
4. 内容軸と活動軸とが密接に関連して、小学—中学—高校へ発展する構成である。

小学校6年、中学校3年の段階における到達目標は次の通りである。

小学校6年：

- ・ 経験、具体物や事象を用いた観察、実験・実測、具体的操作など豊かな活動を行う
- ・ 基本的な立体について、構成・展開でき、基本的な性質を理解する
- ・ 見取図を読み取り、かける；展開図がかけ、構成要素の関係等を読み取れる；見取図と展開図の間の変換ができる
- ・ 立面図、平面図から立体をイメージできる
- ・ 案内図や絵地図を読み取り、平面上の位置を表す方法を知る
- ・ 6年に、立体図形の総合的応用を位置づける

中学校3年：

- ・ 実験・実測、具体的操作をつかってまたは徐々にそれらから離れて、回転、投影、切断、展開などの操作を用いて、空間図形や関係を調べる活動
- ・ それらの2次元表現から、必要な情報を読み取り、帰納や類比などによって推論し、具体的モデルによって確かめたり、平面図形の性質や空間における位置関係などに基づいて、論理的に説明する。
- ・ 空間の幾何の基礎づくり

- ・実験、具体的操作によって、平面上の図形と対比して、球面上の図形を調べる活動  
高等学校
  - ・いろいろな二次元表現や座標系を用いて、またコンピュータを用いて、学習内容と関連づけた、エンリッチメントに位置づく諸活動
4. さらに、次の点で特徴がある。
- ・投影、切断、展開など操作については、小学－中学－高校の段階に応じて、スパイラルに位置づけた。
  - ・表現とその間の変換を重視した構成になっている。すぐ上の諸操作と結びついて、表現間の変換を通して、とくにイメージ形成と心的操作を柔軟にするねらいである。
  - ・現在、球の扱いは貧弱で、小3年で用語など簡単に扱った後は、数学では高校まで出会うことはない。中2年の理科・地球と宇宙で、球体模型や図表現を用いている。まず、小学3年で、球体模型を用いた豊かな活動にする。中学3年では平面上の図形と対比して球面上の図形を、高校ではその延長で取り上げる。
  - ・小学校段階で、ポリキューブを活用する。ポリキューブの構成、いろいろな図表現の方法、体積、および次元の観念などにつながる多様な利点がある。
5. カリキュラム骨子のいくつかの内容について、空間思考を育成するための一教材開発、教具の創案・活用、指導法の改善等による一授業実践を行い、骨子の可能性や妥当性を検討した。ただ、現行指導要領のもとでの実践授業であることにより、対象学年が、骨子の学年に対応していないなどは問題点と残されている。

[引用・参考文献]

1. 狭間節子編著 (2002) こうすれば図形・空間の学習は変わる, 明治図書
2. 研究代表者狭間節子 (1991) 数学教育における空間図形の二次元表示の役割についての研究－ポリキューブ・スケルトン四角錐の表示－
3. 研究代表者伊藤説朗 (1998) 子どもの個性・能力・適性を生かす算数・数学科のカリキュラム開発研究 (科研報告書)
4. István Lénárt (1996) Non-Euclidean Adventure on the Lénárt Sphere, Key Curriculum Press

(次節カリキュラム骨子の引用文献[1],[2]は上記文献 1,2 に同じである。)

## 2. 空間思考の育成の視座からの図形・空間カリキュラム骨子

### 小学校

学年	目標	内容	空間思考を育成するための算数・数学的活動			
			観察、実験、操作的活動	表現と表現間の変換	エンリッチメント	判断・推論のよりどころ
1 年	身の回りの事物を用いて、空間や平面における算数的活動を豊かに、図形的な感覚を養う	(空間) ○物の形の特徴や機能を捉える(立方体、直方体、球、円柱などの形)(実践1) (★1) ○形作り(実践2)  ○方向やものの位置を「前・後」「左・右」「上・下」及び順序数を用いて言い表す(実践2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>・触る、転がす、積むなどによって形の特徴を捉える</li> <li>・いろいろな方向から見て形の特徴を捉える</li> <li>・物の形の分類</li> <li>・物を使っているいろいろなものの形を組み立てる</li> <li>・粘土による形作り</li> <li>・自分を基準にして</li> <li>・自分以外を基準にして</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「ころがる」「積める」;「まわる」「ひらたい」;「まわる」「しかく」「さんかく」;「かど」「へり」などの日常語による表現</li> <li>・手振り身振りによる形の表現</li> <li>・作った形による表現</li> <li>・「前・後」「左・右」「上・下」及び「なんばんめ」などで言い表す</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ものとの、感知的、視覚的、身体的な相互作用を通して得られた形の全体的特徴や部分の印象</li> <li>・視点の変更</li> <li>・自己の身体軸を基準にすること</li> <li>・基準にするものに自分を置き換えること</li> </ul>
		(平面) ○色板(直角二等辺三角形)や色紙の等分(長方形、正方形、二等辺三角形)を用いた形作り	<ul style="list-style-type: none"> <li>・色板ならべ(ずらす、まわす、裏返す)や等分した色紙を用いた形の構成・分解・変形</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・作った形になまえをつける</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・似ている形、つりあった形、回る形などの印象</li> </ul>
		(量と測定) ○長さの比較:直接比較、間接比較(任意単位)				
	長さの比較が得意、大小がわかる					

2 年	算数的活動を通して、正方形・長方形、直角三角形の意味や性質を理解する	(平面) ○三角形・四角形の意味と構成要素「三角形」 「四角形」「へん」「ちょう点」 ○直線の意味「直線」 ○直角の意味「直角」 ○正方形・長方形の意味、性質及び作図 ・辺の長さの相等 ○直角三角形の意味と作図「直角三角形」  ○正方形や長方形のしきつめ	・色板、ひご、ジオボード、方眼紙などを用いた三角形や四角形の構成・分解、分類 ・紙を折るなどによる直線や直角の構成 ・長方形・正方形の辺の相等を調べる  ・直角三角形の構成 ・ジオボード上にいろいろな大きさ、位置、向きに長方形、正方形、直角三角形を構成し、弁別する	・定規を用いて2点を結ぶ直線、3点、4点を結んで三角形や四角形の図を描く ・意味や性質を用いた方眼紙上の作図：長方形・正方形、直角三角形	・三角形や四角形を1本の直線で切つてできる形を調べ、説明する(実践3)  ・正方形や長方形のしきつめによる模様作り	・構成などに基づく三角形・四角形のイメージ ・できる形の予想と構成、確かめ ・作図を通して図形の部分の確認  ・大きさ、位置、向きによって、形は変わらないこと
	箱の形の構成要素と数を理解し、箱の形のイメージをもち、表現できる	(空間) ○箱の形(直方体・立方体)と構成要素「面」(★2)  ・直方体・立方体の面の形と数 ・向かい合う面の形と大きさ ・展開図の素地 ・辺の数と頂点の数 ・辺の長さの相等	・いろいろな方向から見た箱の形の観察：見える面の数、見えない面の数など ・面の写し取り、切り取りによる面の形と大きさを調べる ・方眼紙上の展開図から箱を組み立てる ・ひごと粘土などで箱の骨組みを組み立てる	・手振り身振りによる箱の形の表現  ・箱の形を構成要素で表現する： 箱を見て；箱を離れて		・箱の形の全体的イメージ  ・箱の形・骨ぐみのイメージ
	長さを測定できる	(量と測定) ○長さの単位と測定の意味 ・長さの測定 単位「cm」「mm」「m」				

3 年	算数的活動を通して、円、角、二等辺三角形、正三角形の意味や性質を理解する 作図ができる	(平面) ○円の意味 ・中心、半径、直径の意味 「円」「中心」「半径」「直径」  ○角の意味、角の大きさの比較：大小、相等 ○二等辺三角形・正三角形の意味と性質 ・二等辺三角形・正三角形の角の相等	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ひもなどを用いて、1点から同じ長さの点をプロットする</li> <li>・切り取った円から、直径、半径、中心を求める</li> <li>・コンパスを用いた長さの写し取りや長さの比較</li> <li>・円と結びつけて回転してできる角の構成</li> <li>・ストロー、紙(折る切る)などを用いて二等辺三角形・正三角形を構成する</li> <li>・三角定規や切り取った図形を用いて、角の相等を調べる</li> <li>・しきつめと観察：しきつめでできた形(多角形)、平面や直線の広がりに着目する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・コンパスで円を描く</li> <li>・円を描いて模様作り</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・円の分割パーツ(ブロークンハートなど)を用いた形の構成・変形</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・図形の構成と作図手順との対応</li> <li>・構成要素の関係の分析</li> <li>・三角形の構成要素、三角形の合成</li> </ul>
	しきつめを通して、平面や直線の広がりを意識する  実験を基に、円と結びつけて球の意味を理解する	(空間) ○球の世界(実践4) ・直径、中心、半径の意味 「直径」「中心」「半径」 ・円と球の関係、球の特徴	<ul style="list-style-type: none"> <li>・球の形をしたものの観察：いろいろな方向から見る、平面に投影する(OHP)、ゆで玉子のスライスなどから、球の切断面は常に円であること、中心を通る切断面が最大円であることなどを類推する</li> <li>・球及び半球の(透明、不透明)模型の観察 球の直径、半球、中心を求める</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・球の形の表現：模型や図を用いて模型を離れて言葉で</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・粘土玉とマッチ棒などで、球体を構成する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・実験に基づく、円と結びついた予想(類推)と確かめ</li> </ul>

	<p>鏡を用いた活動を通して、鏡の面に対称な視点の変更を経験する</p> <p>長さの大きな単位を用いて測定する かさの意味を理解し、測定する</p>	<p>○鏡映の特徴をつかむ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・人（または立体）と鏡映、人の動きと鏡像の動きとの関係が鏡の面に関して対称であることや遠近の性質を知る（★3）</li> </ul> <p>（量と測定）</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○長さの測定、単位（km）</li> <li>○かさの意味と測定、単位（l, dl, ml）</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・自分と友達の間鏡があるとしたら、・・・</li> <li>・立体を鏡に映したら、・・・</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・鏡を想定して、相手と同じ動作・動きをする</li> <li>・鏡の向こう側から見た形をイメージして、言葉で表現する</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・自分の動作を鏡に映して見る像</li> <li>・友達との間に鏡を想定した動き</li> <li>・鏡の向こう側西点を移したときに見える像のイメージ</li> </ul>
<p>4年</p>	<p>算数的活動を通して、直線の垂直・平行の意味を理解し、それらを用いて基本的な図形の性質を調べ、理解を深める</p> <p>基本的な図形の作図ができる</p> <p>図形の名称と性質とが形のイメージを通して結びつく</p>	<p>（平面）</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○直線の「垂直」、「平行」の意味と作図</li> <li>・垂直な直線の作図</li> <li>・平行な直線の作図</li> <li>・平行な直線間の「はば」は一定であること</li> <li>○「平行四辺形」、「台形」、「ひし形」の意味と性質</li> <li>・「対角線」の交わり方</li> </ul> <p>○平面の意味</p> <p>○平面上の配置とつながり</p> <p>絵地図を読む、簡略した地</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・長方形や正方形で辺の垂直、平行を確かめる</li> <li>・身の回りで垂直や平行になっているものを見つけ、確かめる</li> <li>・ジオボード、紙などを用いたいろいろな平行四辺形、台形、ひし形の構成や変形及び弁別</li> <li>・対角線の交わり方を調べる</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角定規を用いた垂直な直線の作図、平行な直線の作図</li> <li>・意味や性質に基づく作図</li> <li>・作図した図について、辺・角・対角線の関係などを読み取り、言葉で表現する</li> <li>・図上に相等関係を記号で記す</li> <li>・教室の座席の配置図をか</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・タングラム用いた形の構成・変形</li> <li>・四角形あてゲーム</li> <li>・A,B2手に別れ、Aは四角形を限定する方向で性質をあげていく、それを聞いてBは四角形を同定する</li> <li>・家から学校までの</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・作図等による性質の分析</li> <li>・四角形の性質と図形のイメージとの間の変換</li> </ul>

<p>平面上の配置や点の位置の表し方を理解し、表現する</p>	<p>図を描く ○平面上の点の位置の表し方</p>	<p>・方眼紙を用いて、格子点の位置と数の組との1対1対応をつくる</p>	<p>き、読む ・学校の周囲や地域の絵地図を読む ・数の組を方眼紙上で順に結んで、形や図形を作る</p>	<p>略図(経路と目印になるもの)を描く</p>	
<p>直方体・立方体の見取図と展開図を読み取ること、かくこと、それらの図の間を変換する</p>	<p>(空間) ○直方体・立方体の構成要素及び見取図と展開図 「直方体」「立方体」「底面」 ○「見取図」の意味とかき方  ○「展開図」の意味とかき方</p>	<p>・立体を真上から見た図、正面から見た図と見取図と比較して、見取図の意味をつかむ  ・紙模型を辺に沿って切り開く ・展開図を組み立てる ・<b>立方体の展開図の変形(実践7)</b></p>	<p>・フリーハンドの見取図をかく ・方眼紙や正三角形ドットペーパーを用いて見取図(ア)をかく ・見取図から立体の構成要素(面の形と数)、辺・頂点の数、奥行きなどを読み取る ・展開図をかく ・展開図から、立体の向かい合う面、くっつく辺、隣り合う3面などを読み取る、</p>	<p>・パソコンを用いて、遠近法による風景を描く(★4)見取図をかく(イ)(★6) (ア、イの違いを知る)</p>	<p>・立体の全体的イメージの視角化 ・見取図ア、イの特徴と違いの観察と分析</p>
<p>直方体・立方体の構成要素の位置関係を理解する</p>	<p>○直方体・立方体の意味、構成要素の位置関係 「辺と面の垂直」 「面と面の垂直」 「面と面の平行」 「辺と面の平行」</p>	<p>・模型を用いて、面と面の垂直・平行、平行な面の中の辺の長さなどを実測する ・立体の部分に着目した紙模型や三角定規などで関係を構成し、分析する</p>	<p>・関係の言語表現</p>		<p>・模型、見取図、展開図の間をつなぐイメージ操作 ・実験・実測及び部分の関係の構成と分析</p>
<p>構成要素の位置関係を用いて直方体・立方体の理解を深める</p>	<p>○立方体・直方体の面に平行・垂直な面で切りとってできる立体の形と面の形(実践5)(★5)</p>	<p>・模型(オアシス製など)を切断して;透明模型に水を入れて、観察する</p>	<p>・切断してできる形の予想とできた形の説明</p>		<p>・実験結果と立体の性質をつなぐこと</p>



	<p>長方形・正方形の面積や単位の意味を理解し、面積の求め方を理解する</p> <p>角の単位や測定の意味を理解し、角度を測る</p>	<p>(量と測定)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○長方形の面積の意味、面積の単位 (cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>)</li> <li>○長方形・正方形の面積の求め方と公式</li> <li>○角の単位 (度, °) と測定の意味</li> <li>分度器を用いた角の測定</li> <li>1 直角=90°</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・長方形・正方形の面積の公式表現</li> </ul>		
5 年	<p>基本図形の合同の意味や性質を理解する</p> <p>合同な三角形の作図ができる</p> <p>三角形の内角の和を知り、多角形の内角の和を求めることができる</p> <p>しきつめの観察で、図形の移動操作をイメージしたり、合同の性質を用いる</p>	<p>(平面)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○図形の合同の意味、性質、作図 「合同」</li> <li>・対応する辺、角、頂点</li> <li>・対応する辺の長さや角の大きさの相等</li> <li>○三角形の内角の和</li> <li>・四角形や他の多角形の内角の和</li> <li>○合同な図形のしきつめ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ずらす、まわす、折り返すなどの操作で、図形の形・大きさが変わらないことに着目して、合同の意味や性質を調べる。</li> <li>・対応する辺の長さ、対応する角の大きさを調べる</li> <li>・方眼紙やジオボード上の図形について合同な図形を弁別する</li> <li>・三角形のしきつめや実測などから三角形の内角の和を調べる</li> <li>・四角形の内角の和の求め方を調べる</li> <li>・三角形のしきつめの観察：平行な直線、合同な四角形、辺の長さが2倍、3倍に拡大した形などを見つけ、確かめる</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・言語表現</li> <li>・合同な三角形を工夫して作図する</li> <li>・合同な四角形の作図の仕方を調べる</li> <li>・三角形の内角の和の公式表現</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・合同な三角形をかくには最小何箇所の辺の長さや角の大きさが必要か、を調べる</li> <li>・しきつめで観察・推測したことを、筋道を立てて説明する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形を決定する構成要素の最小の組み合わせ</li> <li>・しきつめた図に、ずらす、まわす、折り返すなどの操作のイメージをもつ</li> <li>・三角形の合同、内角の和など</li> </ul>

	<p>立体のいろいろな表現方法を知る</p> <p>もの（立体模型）と太陽光線による影（2次元図）との違いを理解する</p> <p>基本図形や図形の概形の面積の求め方を理解し、求めることができる</p> <p>直方体・立方体の体積の意味を理解し、体積を求め方を知る</p>	<p>（空間）</p> <p>○ポリキューブの構成といろいろな図表現の方法</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・同じ形、違う形、鏡に映した形と同じなどの弁別</li> </ul> <p>○太陽光線によるものの影</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・もの（立体）と影の形の違い：保たれる性質と失われる性質、立体と影の（次元の）違い（実践6）</li> </ul> <p>（量と測定）</p> <p>○基本図形の面積</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・平行四辺形、三角形、台形、ひし形などの面積を求める</li> </ul> <p>○図形の概形とおよその面積を求める</p> <p>○直方体・立方体の体積の意味と求め方</p> <p>体積の単位（<math>\text{cm}^3</math>、<math>\text{m}^3</math>、<math>\text{km}^3</math>）、体積の測定</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ポリキューブの構成を観察し、図で表す工夫をし、図をもとにキューブで組み立てる</li> <li>・同数の単位立方体のポリキューブを用いた直方体の合成・分解（★7）</li> </ul> <p>・立体や枠組み模型の影を映し、模型と影の形の違い、保たれる性質、失われる性質を調べる</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・方眼紙、ジオボードなどを用いた等積変形、倍積変形などにより、既知の図形の面積に帰着させる</li> <li>・<math>1\text{cm}^3</math> キューブから構成したポリキューブの体積を求める</li> <li>・直方体・立方体の体積を求める</li> <li>・直方体や立方体に分割できる立体の体積を求める</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ポリキューブを分析し、図に表す方法を考える</li> </ul> <p>・立体の影の形を写し取り、図の性質を調べる</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・図形の変形を図で表し、面積の求め方を説明する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ポリキューブの形を工夫して紙にかいて伝える（★10）</li> <li>ア. 正面から見た図、上から見た図、ま横から見た図</li> <li>イ. 段ごとにま上から見た図</li> <li>ウ. フリーハンドの見取図（キューブの個数も）など</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ポリキューブの分析方法の違いによる図表現の違い：投影図、段ごとの構成図、見取図</li> </ul> <p>図形の等積変形、合同の性質など</p>
<p>円と関連づけて、</p>	<p>（平面）</p> <p>○円と正多角形</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・正六角形や正八角形の辺や角の</li> </ul>			

6 年	<p>正多角形の意味と性質を理解し、作図ができる</p> <p>線対称、点対称の意味、性質を理解し、対称性の観点から図形の性質の理解を深める</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「正多角形」の意味と性質</li> <li>・「円周」</li> </ul> <p>○線対称、点対称の意味、性質</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・線対称の「軸」、点対称の「中心」、対応する点・辺</li> <li>・線対称・点対称な図形の性質</li> </ul>	<p>性質を調べる</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・円の半径や中心の周りの角を用いて、円周を等分する方法を考える</li> <li>・直線での折り返しや180°回転などを基に、線対称な図形と点対称な図形の性質を調べる</li> <li>・線対称や点対称の観点から、基本的な図形を分類し、性質を確かめる</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・円に内接する正六角形や正五角形を作図し、正多角形であることを確かめる</li> <li>・線対称や点対称の性質に基づく作図</li> <li>・基本図形(図)に線対称や点対称の操作を読み取り、対称軸や対称の中心を用いて説明する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・コンピュータを用いた正多角形の作図</li> <li>・校章・紋章などのマークの対称性を調べる</li> <li>・正多角形の対称性を調べる</li> </ul>	
	<p>角柱・円柱について理解する</p> <p>見取図、投影図、展開図を用いて、角柱・円柱の性質を調べる</p> <p>空間における位置の表し方を知る</p>	<p>(空間)</p> <p>○角柱と円柱の意味</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・角柱・円柱の構成要素：底面・「側面」の性質、高さ</li> </ul> <p>○角柱・円柱の投影図の初歩</p> <p>○角柱・円柱の展開図</p> <p>○立体図形の総合的応用</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・角柱・円柱の模型を観察し、底面・側面の性質、高さを調べる</li> <li>・投影図の意味：真上から見た形、正面から見た形、真横から見た形の表し方</li> <li>・展開図をかき、組み立てること</li> <li>・3Dグラフィックを用いた立体の構成(実践8)</li> <li>・写真を基に東大寺などの建物の構成をとらえる(★9)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・真上から見た図、正面から見た図、真横から見た図の表現</li> <li>・見取図、投影図、展開図の違いと特徴を知る</li> <li>・3Dグラフィックを用いた情報の読み取り、図表現間の変換</li> <li>・写真から見えない部分の平面図形を抽出し、建物の構成を表現する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・サインポールを工夫して作る(★8)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・立体と平面図・立面図・側面図との間の立体のイメージ操作</li> <li>・円柱の性質、見取図、展開図の間の変換</li> <li>・写真や3Dグラフィックを用いた情報の読み取り、図表現間のイメージ操作、遠近感、平面図形の対称性などの総合的応用</li> </ul>

	<p>円周率の意味を理解し、円周の長さや円の面積を知る</p> <p>角柱・円柱の表面積の求め方を知る</p>	<p>○空間における配置の表し方</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・空間における点の位置の表し方</li> </ul> <p>(量と測定)</p> <p>○ 円周の長さ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・円周率の意味</li> </ul> <p>○円の面積</p> <p>○ 角柱・円柱の表面積</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・校舎の各階の案内図を読みとる</li> <li>・立方体格子状模型などを用いて空間における点の位置を表す</li> <li>・点の位置と3つの数の組との1対1対応</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・いくつかの円について、円周の長さを実測したり、円に内接・外接する正多角形を用いたりして、円周の長さと直径の長さの割合を調べ、円周率(3.14)の意味を知る</li> <li>・円周の長さを求める公式を導く</li> <li>・実験的・近似的に円の面積を求め、公式を導く： 方眼紙上の円を用いて、円をおおぎ形に等分、等積変形して、など</li> <li>・角柱・円柱の展開図を用いて、表面積の求め方を調べる</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・円周の長さの公式表現</li> <li>・円の面積の公式表現</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・角柱と円柱の展開図をかく</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・観察、実験・実測に基づく</li> </ul>
--	---	---	--	---	--	---

表中の(実践1)～(実践8)は、本報告書 第3章・小学校 実践1～8を示す。

表中の(★1)～(★9)は[文献1]の実践編における実践(本報告書第1章[資料]中の(★1)～(★9))を示し、(★10)は[文献2]に基づいている。

中 学 校

学 年	目 標	内 容	空間思考を育成するための数学的活動			
			操作的活動	表現と表現間の変換	エンリッチメント	判断・推論の拠り所
1   年	<p>条件を満たす図形をイメージし、分析し、作図を通して、平面図形の理解を深める</p> <p>基本図形の作図ができる</p> <p>図形の平行移動、線対称移動、回転移動の性質を理解し、図形を動的に捉え、移動のイメージを作る</p>	<p>(平面)</p> <p>○条件を満たす点の集合</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・直線、線分、半直線の区別、2点間の「距離」</li> <li>・交わる2円の交点と2円の中心とでできる四角形(ひし形、たこ形)の性質</li> </ul> <p>○基本図形の作図と利用</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・角の二等分線の意味と作図</li> <li>・線分の垂直二等分線の意味と作図</li> <li>・垂線の作図</li> </ul> <p>○図形の平行移動、線対称移動、回転移動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・平行移動の意味と性質</li> <li>・線対称移動の意味と性質</li> <li>・回転移動の意味と性質</li> </ul> <p>・移動の合成</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・与えられた条件を満たす点の集合として図形のイメージをつくり、分析する</li> <li>・条件を満たす点の集まりをひし形やたこ形の対称性に着目して、作図の仕方を見出す</li> <li>・三角形を基に、平行移動、線対称移動、回転移動の性質を調べる</li> <li>・点対称移動は<math>180^\circ</math>回転移動</li> <li>・対称な図形と図形の移動との区別と関連を調べる： 対称な図形の中に、移動の基になる図形を捉え、移動によって元の図形を構成する</li> <li>・帯状繰り返しの模様分析と作成：基になる図形の移動の合成</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・イメージを分析し、言葉、図で表現する</li> <li>・角の二等分線の作図</li> <li>・線分の垂直二等分線の作図</li> <li>・垂線の作図</li> <li>・図、言語、記号表現 記号：<math>\angle, \parallel, \perp</math></li> <li>・三角形を平行移動、線対称移動、回転移動した三角形の作図</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・しきつめの分析や平面の繰り返し模様の分析と作成</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・条件を満たす点の集合の分析、図形の対象性</li> <li>・平行移動：方向と距離</li> <li>・線対称移動：対称軸、軸から等距離にある点対</li> <li>・回転移動：中心と回転角</li> <li>・基になる図形の移動の合成</li> </ul>

	<p>直線や平面の位置関係を、立体に基づく見方から空間における関係に拡張し、理解を深める 図から関係のイメージをもてる</p> <p>平面図形の運動による構成を通して、空間図形を動的に捉える 動的なイメージをもてる 空間図形の二次元表現を用いて空間図形の性質を調べ、理解を深める 投影図から立体のイメージをもてる 図表現間の変換ができる</p>	<p>(空間)</p> <p>○空間における直線や平面の位置関係(実践1) (☆3)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>直線、平面の決定、平面の交わり</li> <li>直線の位置関係 ねじれの位置</li> <li>直線と平面の垂直</li> <li>直線と平面の平行</li> <li>平面の平行</li> </ul> <p>○平面図形の運動による空間図形の構成</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>角柱、円柱の性質</li> <li>回転体の意味と性質 (☆2)</li> <li>回転の軸、母線</li> </ul> <p>○空間図形の二次元表現(実践1):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>投影の意味、投影図 投影図のかき方</li> <li>投影図、見取図、展開図の利用</li> <li>角錐・円錐の意味と性質</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>関係の具体モデルの構成と関係の分析</li> <li>平面図形の運動による構成を通して、柱体、回転体などの性質を調べる</li> <li>真上から見た図、真正面から見た図などを、平行な視線(光線)によって画面に垂直に投影した図と捉えなおす</li> <li>投影図に表される立体の性質を調べる</li> <li>投影図、見取図、展開図を用いて、角錐・円錐の構成と性質を調べる</li> <li>展開図をかいて組み立てる</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>具体モデルと図表現との間の変換</li> <li>柱体や回転体に、平面図形の運動をイメージでき、表現する</li> <li>投影図のかき方</li> <li>投影図: 平面図、立面図、側面図 から立体の名称をいう、見取図かく</li> <li>角錐・円錐の投影図、展開図間の変換</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>平面図形・立体図形の切り口(線分・面)の連続変化(パラパラ漫画の手法)の観察から、元の図形のイメージ構成(☆1)</li> <li>平面図、立面図、側面図に表される実長を見つけ、その根拠を調べる</li> <li>写真、3次元空間、絵地図の変換(☆4)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>立体の見方から空間図形の見方への拡張</li> <li>実験による検証と論理的な扱い</li> <li>空間における平面図形の運動のイメージ形成と分析</li> <li>画面に垂直な、平行投影によって線分の長さは変わらない</li> <li>写真、3次元空間、絵地図をつなぐ空間イメージと操作</li> </ul>
--	--	---	---	---	--	--

	角柱・円柱の体積、角錐・円錐の表面積と体積の求め方を知る	(図形の計量) ○扇形の弧の長さ ○角柱・円柱の体積 ○角錐、円錐の表面積と体積				
2                年	<p>平行線の性質や三角形の合同条件を理解し、それらに基づいて、平面図形の性質を見だし、論理的に説明できる</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の内角の和</li> </ul> <p>合同条件を明確にする</p> <p>証明の必要性やしくみを理解する</p>	<p>(平面)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○平行線と角 <ul style="list-style-type: none"> <li>・対頂角</li> <li>・2直線に第3の直線が交わってできる角：同位角、錯角</li> <li>・平行線と同位角・錯角の性質</li> </ul> </li> <li>○三角形の内角の和 三角形の外角の和</li> <li>・多角形の内角の和 多角形の外角の和</li> <li>○三角形の合同 <ul style="list-style-type: none"> <li>・合同な図形の性質</li> <li>・三角形の合同条件</li> </ul> </li> <li>○証明 <ul style="list-style-type: none"> <li>・仮定と結論</li> <li>・証明のしくみ</li> <li>・「定義」「定理」「証明」「定理の逆」</li> </ul> </li> <li>○三角形や平行四辺形の性質</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形のしきつめを想起して、1頂点の回りの角の和を、平行線と角の性質につなげるなど</li> <li>・多角形を三角形に分割する</li> <li>・外角の和を1点の周りに集める</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の3つの辺、3つの角の6要素のうち、合同な三角形を決定する(作図できる)条件を調べる</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・作図・言語・記号表現</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・作図によって検証する</li> </ul> <p style="text-align: center;">記号：≡</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・図・言語・記号表現</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・星型多角形の内角の和を求める</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・合同な四角形を作図できる条件を調べ、検証する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平行線と角の性質 平角は<math>180^\circ</math></li> <li>・三角形の決定条件(作図)</li> </ul>

	<p>証明を通して三角形や平行四辺形の性質の理解を深める</p> <p>平行線の性質を用いて等積変形ができる</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>二等辺三角形の性質</li> <li>直角三角形の合同条件</li> <li>平行四辺形の性質</li> <li>平行四辺形になるための条件</li> </ul> <p>・平行四辺形、長方形、ひし形、正方形の性質と包含関係</p> <p>○平行線と等積変形</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>三角形や四角形の性質を調べ、平行線の性質や三角形の合同条件を基に、証明する</li> </ul> <p>・平行四辺形にどんな条件を加えると、どんな図形になるかなどで、調べる</p> <p>・平行四辺形や台形の対角線によってできる三角形の面積の相等を調べる</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>図における三角形の辺や角の相等の分析と記号表示</li> <li>最小の条件で平行四辺形が決定(作図)できることを確かめる</li> <li>図と図形の性質の間の変換</li> <li>性質の間の相互関係</li> <li>等積変形の作図と説明</li> </ul>	<p>・四角形を三角形に等積変形する方法への応用</p>	<p>図から必要な情報を読み取る</p> <p>平行線の性質や三角形の合同条件</p> <p>・平行線間の距離は一定であること</p>
	<p>正多面体について理解する</p>	<p>(空間)</p> <p>○正多面体</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>正多面体の構成要素と性質</li> <li>正多面体の構成</li> </ul> <p>・正多面体は5種類しかないこと</p> <p>・オイラーの多面体定理</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>模型を用いて、面の形と数、頂点の周りの面数などの観察</li> <li>正二十面体展開図、正十二面体の展開図から構成する</li> </ul> <p>・平面図形と立体図形の違い：立体の1頂点に集まる面の数、面の角の和、に着目して考える</p> <p>・5種類の正多面体について、面の数、辺の数、頂点の数の間に成り立つ関係を導く</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>正四面体の展開図をかいて、構成する</li> </ul> <p>・展開図の部分を用いて説明する</p>	<p>・模型を用いて、四面体の対称性を調べる</p>	<p>・1頂点に集まる面の数<math>&gt;2</math></p> <p>1頂点に集まる角の和<math>&lt;360^\circ</math>, など</p>



<p>3 年</p>	<p>図形の相似について理解し、三角形の相似条件などに基づいて、図形の性質を見だし、証明し、理解を深める</p> <p>平行線と線分の比に着目して、三角形の性質を調べ、証明し、理解する</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・中点連結定理</li> <li>・三角形の重心</li> </ul> <p>円の性質を理解し、それを用いて、図形について考察の仕方や表現方法を理解する</p>	<p>(平面)</p> <p>○図形の拡大・縮小</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・対応する辺、対応する角</li> <li>・相似の中心・相似の位置</li> <li>・相似比</li> </ul> <p>○三角形の相似条件</p> <p>○三角形と平行線</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・平行線と線分の比</li> <li>・中点連結定理</li> <li>・三角形の重心と性質</li> </ul> <p>○円の性質</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・弦の性質、中心角と弧の関係</li> <li>・三角形の外接円</li> <li>・円と直線、接線</li> <li>・三角形の内接円</li> <li>・二円の位置関係、共通接線</li> <li>・円周角と中心角の関係</li> <li>・円周角の定理とその逆の定理</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・地図や図形の方眼紙上の拡大図・縮小図やいろいろなサイズの用紙の観察、方眼上の作図などの活動を通して、相似な図形の性質を調べる</li> <li>・三角形の合同条件と対比して、2つの三角形が相似になるための条件を調べる、</li> </ul> <p>・図形の性質と図表現の間の論理的変換に基づく考察</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・方眼紙上で、点Oを中心とする相似な位置にある三角形や四角形の作図をする</li> <li>・作図によって、相似な三角形であることを確かめる</li> </ul> <p>記号：<math>\sim</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の重心の作図</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の外接円の作図</li> <li>・円外の点から円にひいた接線の作図</li> <li>・三角形の内接円の作図</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・図・言語・記号表現</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・立体の重心の意味 (実践2)</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・円に内接する四角形の性質</li> <li>・四角形が円に内接するための条件</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・実験に基づく結果</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・図形の諸性質、作図などに基づく</li> </ul>
----------------	--	---	--	--	---	--

	<p>立体の切断を通して、立体の性質の理解を深める</p> <p>平面上の図形との対比を通して、球面上の図形について調べ、球面上の図形の性質を知る</p> <p>三平方の定理を理解し、平面図形や空間図形の考察に応用する</p>	<p>(空間)</p> <p>○立体の切断と見取図(切断面図)、投影図、展開図の利用(実践1)(☆5)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三垂線の定理とその適用(実践1)</li> </ul> <p>○球面上の図形(実践3)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・大円の意味</li> <li>・2つの大円は常に2点で交わる(平行な大円は存在しないこと)</li> <li>・2つの大円に共通する垂線は必ず存在すること</li> <li>・球面上の三角形の内角の和</li> </ul> <p>(図形の計量)</p> <p>○三平方の定理と応用</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三平方の定理の証明</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三平方の定理の逆</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・球の切断：大円と小円</li> <li>・立方体の切断</li> <li>・立方体から切り取られた14多面体(☆7)</li> <li>・正四面体の切断</li> <li>・平面上の図形との対比を通して、推測と模型を用いた観察・実験・作図・検証</li> <li>・方眼紙上の鈍角三角形、直角三角形、鋭角三角形について、当面する正方形の面積の間の大小を比べる</li> <li>・正方形の紙を用いて、当面する2つの正方形から面積の等しい大きな正方形をつくるなどの実験による説明</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・見取図、展開図をよむかく、断面図をよむ</li> <li>・図表現間の変換</li> <li>・球面・半球面模型上の作図と観察</li> <li>・方眼紙上の作図</li> <li>・図形の移動・合成のイメージ操作の分析と表現</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・立体地図を作る(☆6)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平面図、立面図、側面図の活用</li> <li>・推測と模型を用いた実験・作図・検証</li> <li>・平面上の図形の性質との対比による類推</li> </ul>
--	---	---	---	--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平面図形への応用</li> <li>・空間図形への応用</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・長方形の対角線の長さや正三角形の高さなどを求める</li> <li>・直方体の対角線の長さや角錐・円錐の高さなどを求める</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平面図形や空間図形に直角三角形を読み取り、表現する</li> <li>・図・言語・記号表現</li> </ul>	<p>与えられた情報から必要な情報をイメージし、論理的に分析し、用いること</p>
--	--	---	--	---

表中の(実践1)～(実践3)は、本報告書 第3章・中学校 実践1～3を示し、(☆1)～(☆7)は[文献1]の実践編における実践(本報告書第1章の[資料]中の(☆1)～(☆7))を示す。

空間思考の育成の視座からの図形・空間カリキュラム骨子

吉武 進

大阪府立天王寺高等学校

高等学校

学年	目標	内容	空間思考を育成するための数学的活動
1年	三角比による辺と角を用いた計量の考えの有用性を認識し、身近な事象の計量への応用を図る。	○図形と計量 ・三角比と図形 ・ <b>図形の計量 (★1)</b>	・鈍角までの三角比を扱い、辺と角との関係や、面積比・体積比への利用の他に、直接測定することが困難なものの測量への応用など、身近な事象を取り上げ、数学化する数学的活動を行う。
	平面図形を扱うことで、図形の性質を見通しをもって、論理的に考察する。また、空間図形を平面図形に変換する技術の習得を図る。	○平面図形と空間図形 ・三角形と円の性質 ・ <b>平面図形と空間図形の変換 (実践2)</b> <b>(★1) (★5) (★6)</b>	・図形の性質の美しさを味わったり、多面的にとらえたりすること。また証明を扱うことで、論理的に考察することができるようになる。 ・空間図形を投影変換することにより、平面図形として表す。空間図形を扱う際には、図から問題解決に必要な情報を抽出するためには、アフィン変換や射影変換等、どのような表し方が適切であるかを習得する。この「変換」の技術習得が、これ以後の各分野における図形学習の基礎となる。
2年	解析幾何的な方法の有用性を認識し、いろいろな図形への考察に活用できるようになる。	○図形と方程式 ・直線の方程式 ・円の方程式	・いろいろな図形を扱う一つの方法として、座標平面を用いる。 ・座標平面を用いることで、図形の性質を計算で示すことができる。
	ベクトルの概念を理解し、それを用いて、図形の性質を考察することができるようになる。	○ベクトル ・平面のベクトル ・ <b>座標空間 (★3)</b> ・ <b>空間のベクトル (★2)</b>	・いろいろな空間図形を扱う一つの方法として座標空間を用いる。 ・ベクトルを用いて、いろいろな図形やその性質を表す。 ・ベクトルを用いて、平面と空間における図形を共通または類似の表現法で扱うことで、平面における性質を空間において拡張することができる。
3年	いろいろな立体の体積の求め方を理解する。	○式と曲線 ○積分法 ・ <b>体積 (★4)</b>	・曲線のさまざまな表し方を扱う。 ・いろいろな立体の体積を求める事を通じて、体積を求めやすくするための立体の表現法を扱う。
	一次変換について理解する。 球面上における図形を理解する。	○行列と変換 ○ <b>球面上の図形 (実践1)</b>	・行列を用いて点や図形の移動を行い、複雑な曲線や立体を簡単な式で表す。 ・球面上における図形の性質を平面図形と対比しながら扱うことにより、空間図形に対する数学的考察・処理する力の育成を図る。

表中の(実践1)～(実践2)は本報告書 第3章3. 高等学校 実践1～2を示し、(★1)～(★6)は[文献1]の実践編における実践を示す。