数学的な見方・考え方を育む授業実践

―様々な力と共存する「モデル化」に焦点を当てて―

藤田　真依（ふじた　まい）
（大阪教育大学　理数情報部門）

田端　優介（たばた　ゆうすけ）
（附属池田中学校）

今澤　宏太（いまざわ　こうた）
（附属天王寺中学校）

狩屋　壱成（かりや　いっせい）
（附属平野中学校）

深澤　義成（ふかざわ　よしなり）
（附属高等学校天王寺校舎）

（2024 年 3 月 28 日受付）

概要：本研究では，「数学的な見方・考え方を育む授業」を提案し，実践を行うことで，「数学的に考える資質・能力の育成」に寄与するための知見を得ることを目的とした．その結果，様々な力と共存する視点を含んだ「モデル化」部分に焦点を当てた授業実践を，授業者・指導助言者の協働により行うことで，当該資質・能力の育成に寄与できるのではないかという知見を得た．

検索語：数学的な見方・考え方，授業改善，モデル化

Ⅰ．研究の目的・方法

本研究の目的は，「数学的な見方・考え方を育む授業」を提案し，実践を行い，「数学的に考える資質・能力の育成」に寄与するための一定の知見を得ることである．この目的のため，第 97 回大阪教育大学算数・数学科教育研究発表会において，4 名の実践者が授業を行った．本会は，附属学校園も含めた大阪教育大学算数・数学科教員により組織され，「3 校種 9 校が一堂に会し，授業を高め合うこと」を目的として，池田・天王寺・平野 3 地区の数年毎の持ち回りにより，毎年開催されている．本会では，会場校の生徒に，会場校所属でない教員も含めた教員達による授業が行われ，さらに，事前指導案検討会や事後討議会等，活発な議論が交わされる．

本稿では，指導助言者も含めた事前指導案検討会，及び参観者も含めた事後討議会を通して得られた知見をまとめる．以下，第 2 章では授業実践の記録を，第 3 章では事後討議会における指導助言の記録を，第 4 章では考察とまとめを述べる．なお，討議会記録においては，当日の現場の様子を可能な限り伝えるべく，敢えて「話し言葉」で記録している箇所がある．

Ⅱ．授業実践の記録

本章では，授業毎に，指導案及びワークシート等参考資料，事後討議会記録をまとめる．

授業実践 1　　＜授業者＞　大阪教育大学附属池田中学校　田端　優介

1．主　　題　「自販機シミュレーション」
2．日　　時　2023 年 9 月 7 日（木）　13：15 ～ 14：05
3．学　　級　大阪教育大学附属池田中学校　第 1 学年 D 組　36 名
4．設定の理由

小学校算数科の数についての学習では，身の回りの物を数えることに始まり，負でない整数，小数，分数について，それらの概念を理解するとともに，四則計算の意味を理解することができるようになっている．そして，数の概念を次第に広げながら，計算についての理解を深め，身の回りの事象にそれらを適用して問題解決をする等学習を深めている．

中学校数学科において本単元は，数の範囲を負の数まで拡張することで，四則が自由にできるようになり，減法が加法で表現できたり，乗法が除法で表現できたりすることを理解する，中学校における数と式の領域の第一歩となる大切な単元である．

平成 29 年告示中学校学習指導要領解説　数学編には，「様々な事象における問題解決の場面において，正の数と負の数を用いて変化や状況を分かりやすく表したり，能率的に処理したり，その意味を読み取ったりすることができるようにする．（略）様々な事象を正の数と負の数を用いて考察し表現することで，それらを活用することができるようにする」とあり，計算の定着や習熟も必要であるが，正の数，負の数のよさや必要性を理解することが求められる．そのためにも，日常生活と関連付けて理解を深められるよう，具体的な問題場面から正の数と負の数について考えられるような数学的活動を大切にしたい．

本時の授業では，自販機の釣り銭を題材に正負の数の授業を行う．生徒は学校に設置されている自販機を始め，様々な場面で自販機を利用していることから，自販機が身近な存在であることがうかがえる．

自販機は，釣り銭準備金と投入金で釣り銭切れを起こさないように運用する必要があり，釣り銭準備金の設定金額及び金種の割合などは各オペレーターなどによる違いもあるが，目安となる金額があり，利用者の多い自販機などは設定金額を上げて多めの釣り銭を準備し，自販機訪問時に設定金額を上回る部分については売上金として回収を行うようになっている．

今回の題材では，まず 100 円の商品を販売している自販機，通称『100 円自販機』について考察させ，釣り銭切れが起こる原因について，シミュレーターを通じて体験を行う．その中で，代金の支払い方法によって自販機の釣り銭に与える影響を表現する手法を検討させる．代金の投入とおつりの排出という観点から，これが正負の数を用いて表すことに適していることに気付かせたい．

また，自身で自販機のモデルを仮定して，その際に自販機に与える影響の大きい支払い方法（影響を受けやすい硬貨）の考察や，どの程度自販機に釣り銭を準備しておく必要があるかの予想をさせることで，正負の数を用いることが自身の思考の支援になることを体験さ

せたい.

加えて,『100 円自販機』には, 10 円, 50 円硬貨を釣り銭として出す必要がないといったことや, 硬貨の回収をする際の頻度など, 今回の経験を現実的な他の事象へと転移していき, 数学の見方を使ってより多くのことに興味・関心を抱いていける生徒を育成していきたい.

なお, 今回の授業で使用するシミュレーターの作成や, 授業のアイデアを精査するにあたり, OpenAI が公開している人工知能チャットボット『Chat GPT Plus』を活用した. 教材研究や ICT 教材の作成について, 生成 AI が新たな切り口となることを期待したい.

5. 本時の目標

自販機を正負の数を活用して数学的に表現し, 日常生活や社会の事象をとらえる.

6. 本時の展開

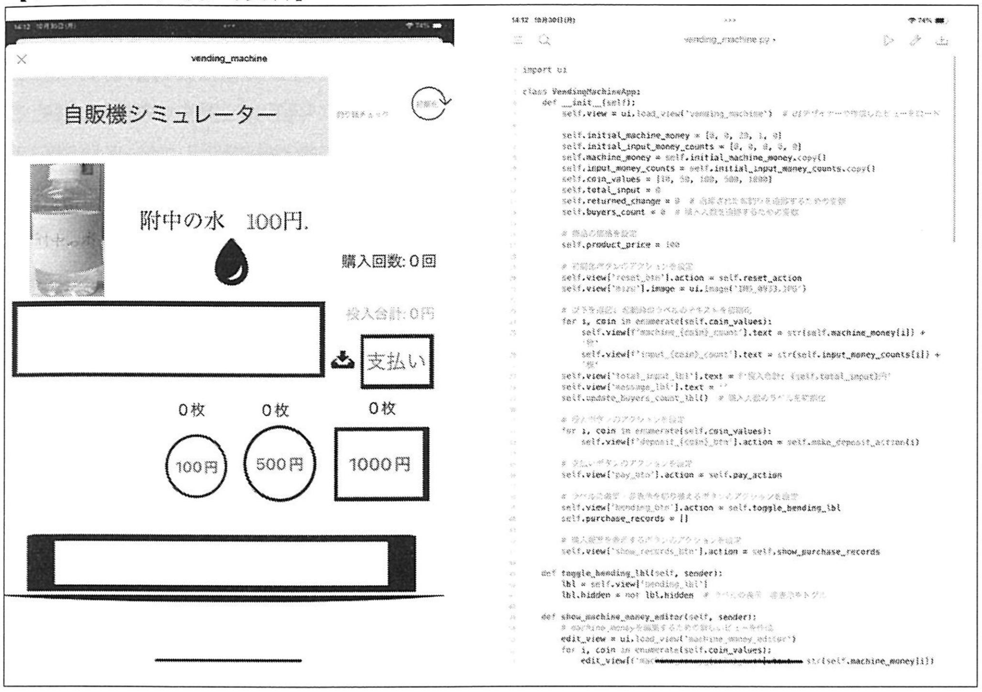
<table>
<tr><th>学習活動
《予想される児童・生徒の反応》</th><th>指導上の留意点, および
評価の観点【知】【思】</th></tr>
<tr><td>【導入】
・『100 円自販機』について共有する.
・自販機の『釣銭切れ表示』について説明し, 本時のめあてを示す.</td><td>・この際,『100 円自販機』を使用する際にどのように支払いたいかをアンケートする.
・お釣りが 100 円, 500 円のみであることから, 自販機の中では何が起こっているのかをイメージさせる.</td></tr>
<tr><td colspan="2">自販機の立場に立って, 消費者が自販機に与える影響を数学的に考えよう.</td></tr>
<tr><td>【展開 1】</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">クラスのみんなで『100 円自販機』の商品を購入します.
自販機が釣り銭切れを起こさないためには, どのようにすればよいでしょうか.</td></tr>
<tr><td>(活動 1-①)
・クラス全員が商品購入できるような, 自販機に入れておく釣り銭の枚数を考察する.</td><td>・自販機の簡単な仕組みについて共有し, 同じ支払い方を続けることで自販機内に貨幣がたまり続けること, 釣り銭が不足する可能性があることを認識させる.
・班で集まって 1 分間程度で簡易予想をさせ, 自販機に備えておく釣り銭の枚数をクラスで 1 つ決めさせる. その後, シミュレーターを用いて実際に結果を確認させる.</td></tr>
</table>

（活動 1-②） ・『100 円自販機』における貨幣の増減について整理する． 《500 円玉 1 枚で商品を購入した場合，自販機内の 100 円玉，500 円玉の枚数はそれぞれ-4，+1 となる．》 【展開 2】 （活動 2-①） ・4 人班を作り，複数の商品の値段をもつ自販機において，あらかじめ自販機に設置しておく貨幣の枚数を予想する． （活動 2-②） ・考えたことを全体で共有する．	・クラスで活動 1-①を振り返り，支払い方ごとの自販機への影響を考察させる． 【知】ワークシートに，支払い方ごとの自販機への影響を正負の数を用いて記述できる． ・全体で正負の数を用いることが有用であることの確認はするが，どのように表現するかは指示をしない． ・机間指導を行い，状況に応じて全体共有を行う． ・各班でモデルを定め，商品の支払い方ごとの自販機への影響を整理し，不足しやすい貨幣を考察させる． 【思】様々な支払い方に対して，正負の数を用いて整理することができる． ・机間指導の中で，それぞれの班の考え方を把握する． 【思】正負の数を用いながら，班で考えたことを説明できる．
【まとめ】 ・本時の学習を振り返り，「自身が自販機の設置者なら，どのようなことに気をつけるか」についてまとめる．	・正負の数を用いることで，『増減』について整理しやすいことに気付かせる． ・数学的に物事を考えることで，目に見えない事象にも意味があることに気付かせる．

7. 準　備　物

ワークシート，iPad（教員用，自販機シミュレーター）

【ワークシート等参考資料】



【事後討議会記録】

本日の授業は生成系 AI を活用した授業であったが，本討議会では，その活用事前例を発表しようと思う．本日の授業設計について，この授業を始める前に，生徒達に「正負の数」についてのアンケートを実施した．その中で，「日常にその概念を感じることがあるか」，「この単元の中で特に理解できたと感じる内容は何か」と問うたところ，どちらも肯定的な結果となった．学習指導要領にも書かれているように，正負の数は日常生活と密接に関係しているが，さらに生徒が日常で持っている感覚を広げるにはどうすれば良いかと考え，「正負の数そのものを使って問題を解く」というものではなく「正負の数を考えの一助として問題を解く」という意図の下，自販機を教材として設定した．

授業の感想について．指導案通りの授業はできなかったが，目的としていた「生徒自身から，どのようにして自販機の問題を整理し，正負の数を使って表していくか」の案が出せたというところが自分が成し得た所だと考える．

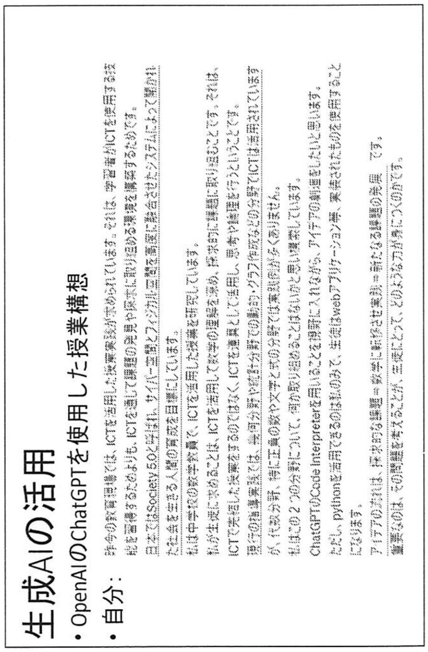
この教材は非常に多角的な視野を持つことができると考える．例えば，今回は正負の数で表すことを終着点にしたが，実際の自販機を設定するにあたっては，購入される頻度や価格によるものを考えると“場合の数・確率”や“データの活用”にも広げられる．これから生徒自身が様々なシミュレーションをしながら，新たな課題発見や妥当性を見いだしていく活動に繋がる前段階となるような授業を設計した．

ここからは生成系 AI の活用について．文部科学省より初等中等学校の教育段階における

生成系 AI の利用に関する断定的なガイドラインが出された．そこでは，生徒がどのようにして生成系 AI と向き合っていくのかが述べられており，ICT 活用に関しての情報モラルや情報の正確さ等の「情報活用能力」を鍛えていく必要がある．また我々教員も校務活用に関して，教材のたたき台に活用できるのではないかと提案する．今回私は授業の構想を考える上で ChatGPT を活用した．テーマとして Society 5.0 に沿って教材を提示した．自販機のテーマが直接出されることはなく，大事なのは ChatGPT で出された内容を我々がどのように読み解いていくのかであり，先ほどのガイドラインにも教材のたたき台ということが書かれてあり，ここから経験と紐付け，アイデアを出すことに意味があると思う．そこで，生徒がどのようにして自販機の問題を体験するかというところで，生成系 AI から一つ案が出たのは，紙で貨幣を作り実際にやりとりするというものがあった．しかし，準備ややりとりに時間がかかってしまう．そこで自販機のシミュレーターを作ってみた．プログラミングの知識はなかったが，作りたいものを命令として与えることで生成系 AI はコードを作成した．それを Python で実行し授業で扱った．

最後に，ICT の活用と生成系 AI の役割について．生徒自身も生成系 AI に触れながらものを作っていく時代になっていくと予想できるので，教える立場も変化すると考えられる．

【討議会用資料】



授業実践 2　＜授業者＞　大阪教育大学附属天王寺中学校　今澤　宏太

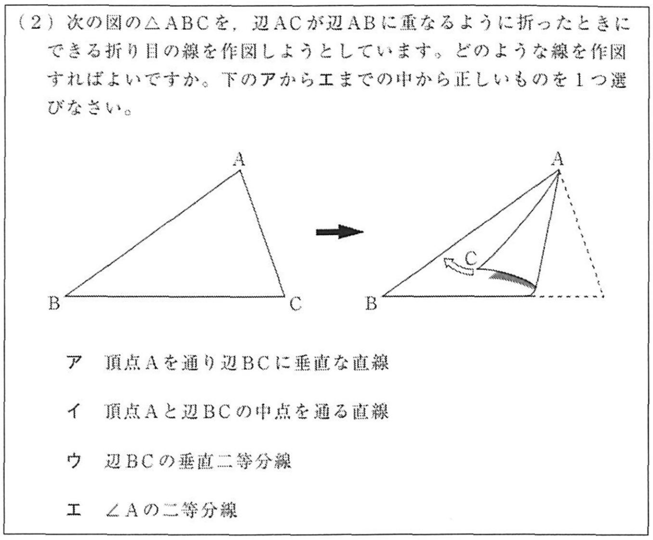
1. 主　　題　「塩山の幾何学」
2. 日　　時　2023 年 9 月 7 日（木）　14：15　～　15：05
3. 学　　級　大阪教育大学附属池田中学校　第 2 学年 D 組　36 名
4. 設定の理由

中学校数学科では，第 1 学年「平面図形」において，基本的な作図の方法として，線分の垂直二等分線，角の二等分線，垂線のかき方を学習する．これらの作図の指導について，平成 29 年告示中学校学習指導要領解説（文部科学省，2017）には，「第 1 学年における作図や空間図形の指導では，単なる操作や作業だけに終始することなく，論理的に考察するとともに，考察したことを筋道立てて説明する機会を設けることが大切である」とあり，手順通りの作図技法を身につけさせるだけでなく，何が作図できたのかを図形の性質と関連付けて指導することが求められている．全国学力・学習状況調査では直近 5 回の調査においては，平成 27 年度・平成 28 年度・平成 29 年度・平成 30 年度及び令和 2 年度に作図に関する問題が出題されている．

表 1　全国学力・学習状況調査の結果（文部科学省・国立教育政策研究所（2015, 2016, 2017, 2018, 2020））

年	問題	問題の概要	出題の意図	形式	正答率 無答率	分析結果と課題
H27	A 4 (1)	垂線の作図で利用されている図形の性質を選ぶ.	垂線の作図が図形の対称性を基に行われていることを理解している.	選択	59.6 1.0	直線上の点を通るその垂線の作図方法を，図形の対称性に着目して見直すことに課題がある.
H28	A 4 (1)	与えられた方法で作図された直線についていえることを選ぶ.	垂線の作図方法について理解している.	選択	31.1 0.8	垂線の作図方法の理解について課題がある.
H29	A 4 (1)	角の二等分線の作図の根拠となる対称な図形を選ぶ.	角の二等分線の作図が図形の対称性を基に行われていることを理解している.	選択	68.0 1.0	角の二等分線の作図方法を，図形の対称性に着目して見直すことに課題がある.
H30	A 4 (2)	△ＡＢＣを辺ＡＢが辺ＡＣに重なるように折った線を作図するための線を選ぶ.	折り目の線の作図と角の二等分線の関係を理解している.	選択	55.6 0.7	解答類型 2 の反応率が 25.2%，解答類型 3 の反応率が 11.5%である．これらの中には，辺ＡＣが辺ＡＢに重なるように折ると，頂点Ｂと頂点Ｃが重なると捉えた生徒がいると考えられる.
R2	3	垂線を作図する手順において，ふさわしい点を選ぶ.	垂線の作図の方法について理解している.	選択	* *	*

注：令和 2 年度全国学力・学習状況調査は，新型コロナウイルス感染症に係る学校教育への影響等を考慮し，実施されていないため，「正答率」・「無答率」及び「分析結果と課題」は報告されていない．


（2）次の図の△ABCを，辺ACが辺ABに重なるように折ったときにできる折り目の線を作図しようとしています。どのような線を作図すればよいですか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア　頂点Aを通り辺BCに垂直な直線

イ　頂点Aと辺BCの中点を通る直線

ウ　辺BCの垂直二等分線

エ　∠Aの二等分線

図 1　平成 30 年度調査　A4（2）（文部科学省・国立教育政策研究所，2018）

表 1 のように，平成 27 年度・平成 28 年度・令和 2 年度には垂線の作図，平成 29 年度・平成 30 年度は角の二等分線の作図が取り上げられている．各年度によって作図する直線や場面設定に違いはあるものの，「論理的に考察するとともに，考察したことを筋道立てて説明する力が育まれているか」を共通して確認しようとするものであると考えられる（永田，2020）．また，各年度において正答率にばらつきがあるものの，いずれの年度においても課題が検出されており，指導方法の改善が求められている．

本研究では，このうち角の二等分線の指導方法の改善に資する教材の開発を目指している．角の二等分線の作図についての問題が出題された平成30年度調査の結果（文部科学省・国立教育政策研究所，2018）では，学習指導にあたって「操作的な活動を通して，その操作を基本的な作図と結びつけて考えることができるようにする」とあり，観察や操作する数学的活動を通して図形がもつ特徴を数学的に捉え，その操作を基本的な作図と結びつけて考えることができるように指導することが求められている．そこで本研究では，数学的活動を通して，論理的な考察，考察したことがらの説明をする教材として「塩山の幾何学」に注目している．「塩山の幾何学」は黒田（2000）が考案した平面図形の板に塩を最大限まで盛ったときに形成される塩山にできる尾根の稜線や山頂のもつ幾何学的意味に注目する数学的活動である．塩山をつくるために必要な準備物は，境界のある任意の形の厚紙，消しゴムなど厚紙を支える台となるもの，およびエンリッチ塩（海塩に炭酸カルシウム等を付加したもの）である．指導の内容に応じて準備した形の厚紙にエンリッチ塩をかけることで塩山ができ上がる．「塩山の幾

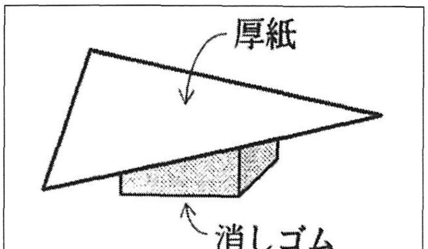


図 2　塩山のつくり方（黒田，2000）

何学」は，数学の授業に実物や実践を用いるという意味で優れた教材として高く評価されており，松永ら（2021）は高等学校数学Ⅱの各単元で学習した内容の応用的な課題として実践を行い，その結果「生徒の興味を引き出す教材であること」や「多面的な探究の促進につながること」との結果を実践と事後のアンケート調査の分析から示唆している．黒田（2000）をもとに発展的な教材としてこれまでに，上述の松永（2022）の他に，数学Ⅲ「二次曲線」の単元で早苗（2017）や大西（2021），高等学校理数科での教材として松永ら（2018）が発表されている．しかし，中学校数学科における実践は西原（2023）が報告しているものの数少ない．

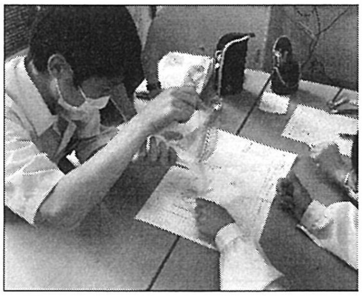


図3 授業のようす

そこで本時においては，中学校第1学年の学習内容に即して，3つの数学的活動（①予想・②実験・③考察）を伴う3つの課題（課題1・課題2・課題3）を通して統合的・発展的に見るという数学的な見方・考え方（A：きまりを見つける・B：条件を変える）を育む授業展開を計画した（図4）．なお，課題1及び課題2については，事前に附属天王寺中学校第1学年で授業を行った．

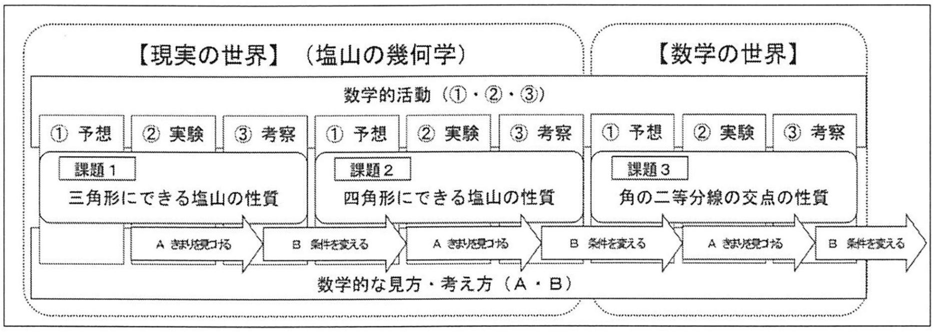


図4 本時の授業イメージ

課題1では，三角形の厚紙に形成される塩山の予想・実験・考察を行う．附属天王寺中学校生徒の課題1に関する予想の多くは社会科の授業で学習した等高線から想起し，同心円状の塩山となっていた（図5）．しかし，三角形の厚紙に塩山ができるまで塩をかけると，3つの尾根の稜線と1つの山頂（尾根の稜線の交点）が現れる（図6）．この3つの尾根の稜線がそれぞれの角の二等分線であって，3つの角の二等分線の交点である山頂から厚紙への垂線の足が内心となる．この現象は，塩をかけることで，円錐が連続して形成され，その結果，塩山にできる尾根の稜線が厚紙の境界線から等しい距離の点の集合となるためである．ここで，生徒は塩山と角の二等分線の関連を理解し始める．本時では，課題1で見つけたきまりである「三角形の厚紙で塩山をつくると，3つの尾根の稜線と1つの山頂が現れる」をもとに，「では，四角形の厚紙ではどんなきまりになりそうか」と条件を変え，課題2に進

んでいく．

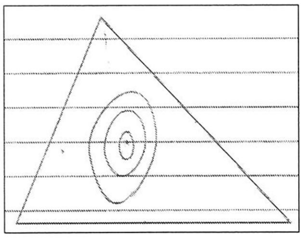


図 5 生徒の予想例
（附属天王寺中学校第 1 学年）

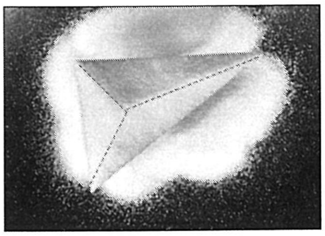


図 6 三角形の厚紙にできる塩山
（課題 1）

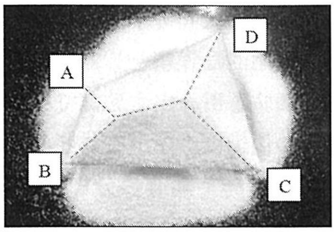


図 7 四角形の厚紙にできる塩山
（課題 2）

課題 2 では，四角形の厚紙に塩山ができるまで塩をかけてみる．この四角形を四角形 ABCD とする．このとき，四角形 ABCD には 5 つの尾根の稜線と 2 つの山頂が出現する（図 7)．この 5 つの尾根の稜線のうち頂点 A, B, C, D から出る線はそれぞれの∠BAD，∠CBA，∠DCB，∠CDA の二等分線である．ここで，辺 AD と辺 BC の延長線上にできる交点を E とする．このとき，右の山頂は△EDC の内心，左の山頂は△EAB の傍心で，残る 1 つの尾根の稜線は∠AEB の二等分線である．これを踏まえ，課題 3 では，「四角形 ABCD では 2 つの山頂が現れたが，山頂が 1 つになる四角形はないのか」と条件を変え，課題 3 に進む．

課題 3 では，山頂が 1 つ，すなわち 4 つの角から出る角の二等分線が 1 点で交わる場合の四角形について，愛知教育大学教授の飯島康之氏が開発した作図ツール（動的幾何ソフト）である GC（Geometric Constructor）を教師用端末のブラウザで使用して考える（図 8)．ここで，文部科学省（2017）にある「算数・数学の学習過程のイメージ」でいう【現実の世界】（塩山の幾何学）から【数学の世界】（角の二等分線の交点）へ問題解決の対象となる事象を移す．

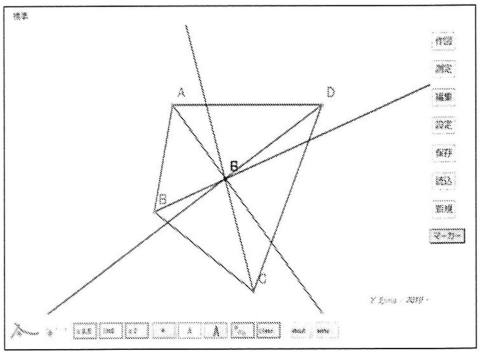


図 8 ＧＣ（Geometric Constructor）
（課題 3）

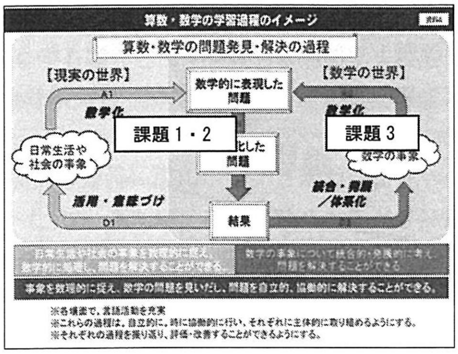


図 9 算数数学の学習過程のイメージと本時の授業の関係（文部科学省（2017）に筆者追記）

任意の凸四角形 ABCD の角の二等分線が 1 点に集まる場合は，次のように考えることができる．

凸四角形 ABCD の角の二等分線が 1 点に集まる．
⇔ 凸四角形 ABCD の内心が存在する．
⇔ 凸四角形 ABCD に内接する円が存在する．
⇔ 接線の性質から凸四角形 ABCD において$AB+CD=BC+DA$が成り立つ．

すなわち，正方形，ひし形，たこ形では山頂は 1 つ，すなわち角の二等分線が 1 点に集まり，$AB+CD=BC+DA$ が成り立たない場合の長方形，台形，等脚台形，平行四辺形では，課題 2 のように角の二等分線の交点は 2 つになる．なお，凹四角形であっても，$AB+CD=BC+DA$が成り立つならば，角の二等分線は 1 点に集まる．しかし，内接円や内心は存在しない．

このように 3 つの課題を通して，「①予想」「②実験」「③考察」からなる数学的活動を通して，「A きまりを見つける」・「B 条件を変える」を繰り返すことで問題を【現実の世界】のみならず【数学の世界】まで連鎖的かつ発展的に生み出していき，学習した事項の関係性のなかから事象を論理的，統合的・発展的に見るという数学的な見方・考え方を育むようにする．

なお，事前に授業を行った附属天王寺中学校での生徒のふりかえりの記述を分析したところ，その内容は次の 4 つに類別される（図 10）．「1.三角形と四角形の山頂の数の違い」について記述をした生徒が 66 名いた．このうち，「1A.五角形以上の多角形への応用」について記述をした生徒が 27 名，「1B.多角形を三角形に分割することによる応用」について記述をした生徒が 6 名，「1C.正方形や長方形，ひし形など四角形の形を変えること」について記述をした生徒が 8 名，「1D.山頂とピークの高さの差異」について記述をした生徒が 17 名であった．出現する点が 1 つの頂点である三角形にはない「2.山頂同士を結ぶ稜線の出現」に関する記述をした生徒が 31 名いた．中学校では指導範囲外の事項であるものの，「3.内心や傍心と山頂を結び付けた」生徒が 2 名いた．塩以外の物質で実験した場合や，多角形ではない曲線を伴う図形にした場合など「4.その他の新たな問題を生成」について記述をした生徒が 6 名いた．

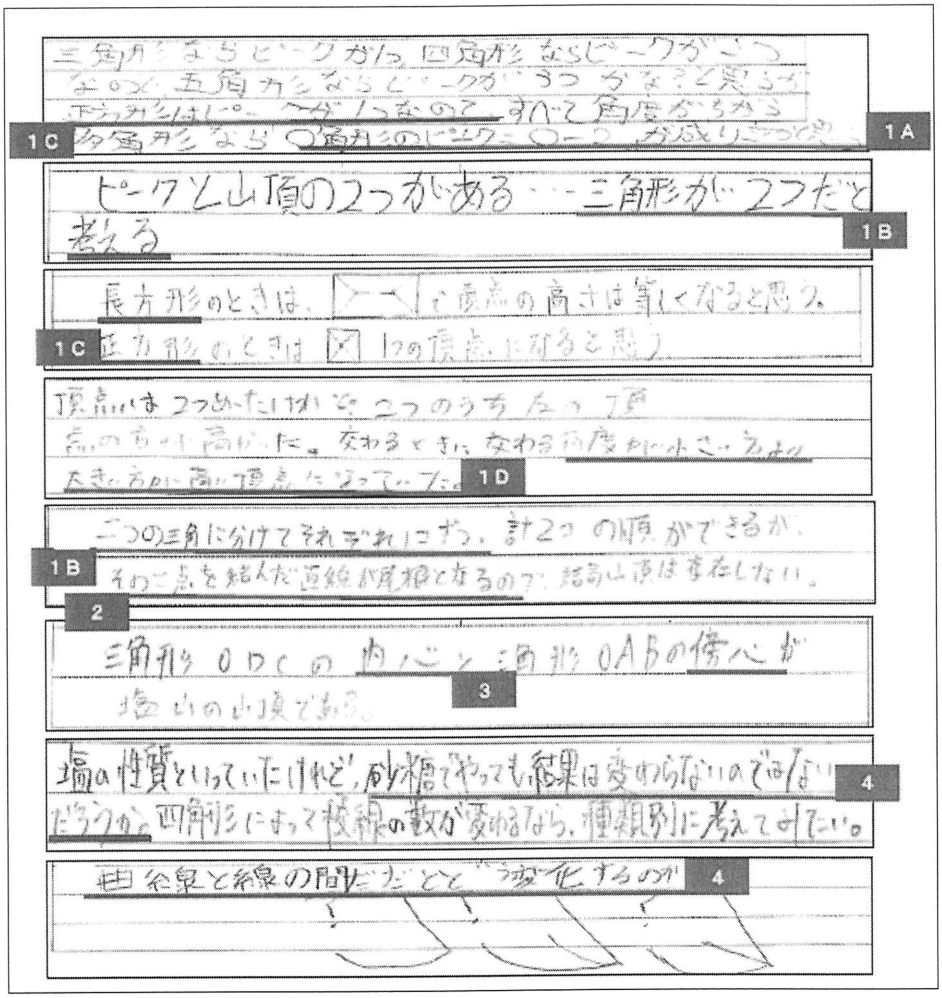


図 10 ふりかえりの記述内容（附属天王寺中学校第 1 学年，下線と分類は筆者による）

これらの内容からは，四角形の角や辺の大きさの条件を変えたり，より高次の多角形や曲線を伴う図形などへ条件を変えたりするなど，学年を縦断するバリエーションに富んだ数学的な見方・考え方がみられ，また松永ら（2018）と同様に，塩以外にも砂糖などの同じ粉末状の物質への疑問など教科を横断する見方・考え方も見られる．この事前授業の結果を踏まえ，本時においては，「1C.正方形や長方形，ひし形など四角形の形を変えること」を課題として追加し，課題 3 に位置づけている．

このように「塩山の幾何学」は学習内容を縦横に拡張する可能性を秘めた数学的活動である．本研究会では，授業において附属池田中学校の生徒ならではの意見を引き出し，その後行われる研究協議会において，参観者とともに生徒それぞれの意見に含まれる数学的な見方・考え方について精緻に分析をし，本教材の拡張可能性について積極的な協議を行

いたい．

5. 本時の目標

塩山に現れる尾根の稜線や山頂に関する幾何学的特徴，角の二等分線の交点の数について，角の二等分線の作図を利用して解決したり，解決の過程をふり返って，新たな問題を見いだしたりする．

6. 本時の展開

学習活動 《予想される児童・生徒の反応》	指導上の留意点，および 評価の観点【知】【思】
【導入】 三角形の厚紙を支えの上において，塩をかけると尾根の稜線や山頂をもつ塩山ができます．今日は，この塩山の性質について調べていきましょう．	・既習の内容についてはここで触れず，実験結果の予想や実験の考察を行う中で生徒が自ら塩山に角の二等分線や内心について気づくことができるようにする． ・本時で扱う「尾根の稜線」や「山頂」という言葉の意味が共有できるようにする．
【展開】 課題１【現実の世界】 三角形の厚紙にできる塩山の特徴を考えましょう． **活動①［予想］** 三角形の厚紙にできる塩山を予想し，ワークシートに塩山を真上からみて現れる尾根の稜線や山頂を書き入れる． 《同心円状に尾根の稜線が現れる．》 **活動②［実験］・A［きまりを見つける］** 塩山の実験を行う． 《山頂が１つ，稜線が３つ現れた．》 **活動③［考察］・A［きまりを見つける］** 予想と実際を比較し，実際に塩山にできた尾根の稜線と山頂をワークシートに書き入れ，特徴を考察する． 《尾根の稜線は，角の二等分線と一致し	・尾根の稜線と山頂について予想するとき，また実験の結果を考察するときには，論理的な根拠をもって判断させるようにする． ・立体である塩山から，その射影である厚紙へ注目を移し，山頂から厚紙への垂線の足に着目させる． ・十分考察に時間をかける． 【知】塩山に現れる尾根の稜線や山頂の考察に，角の二等分線の作図を利用できることを理解している（ワークシート）． ・余力があるようであれば，尾根の稜線がそれぞれの角の二等分線，３つの角の二等分線の交点である山頂から厚紙への垂線の足が内心となることに気づかせる．

ている．また，山頂が 1 つ，稜線が 3 つ現れる.》	
$\boxed{\text{課題 2【現実の世界】}}$ 四角形 ABCD にできる塩山の特徴を考えましょう．（$\boxed{\text{B}}$［条件を変える］） **活動①［予想］** 課題 1 で理解した性質をもとにして，四角形の厚紙にできる塩山を予想し，ワークシートに真上からみて現れる尾根の稜線や山頂を書き入れる.	・ $\boxed{\text{課題 1}}$ で得た角の二等分線との関係性をもとに判断させるようにする． ・ 十分考察に時間をかける． 【思】塩山に現れる尾根の稜線や山頂に関する幾何学的特徴に関する問題について，角の二等分線の作図を利用して解決したり，解決の過程をふり返って，新たな問題を見いだしたりすることができる（ワークシート・行動観察）.
活動②［実験］・$\boxed{\text{A}}$［きまりを見つける］ 塩山の実験を行う． 《山頂が 2 つ，稜線が 5 つ現れた.》 **活動③［考察］・$\boxed{\text{A}}$［きまりを見つける］** 予想と実際を比較し，実際に塩山にできた尾根の稜線と山頂をワークシートに書き入れ，特徴を考察する． 《三角形のときは山頂が 1 つ，稜線が 3 つだったが，四角形では山頂が 2 つ，稜線が 5 つ現れた．山頂同士は稜線で結ばれている.》	・ 余力があれば，四角形 ABCD について，辺 AD と辺 BC の延長線上にできる交点を E として，考察させる．その際，四角形 ABCD について，辺 AD と辺 BC の延長線上にできる交点を E とすることを指示する．この 5 つの尾根の稜線のうち頂点 A，B，C，D から出る線はそれぞれ∠BAD，∠CBA，∠DCB，∠CDA の二等分線，残る 1 つの尾根の稜線は∠AEB の二等分線，山頂は△EDC の内心であることに気づかせる．また，外角に注目させたうえで，尾根の稜線の交点の意味を理解させ，これを△EAB の傍心ということを押さえる．
$\boxed{\text{課題 3【数学の世界】}}$ 山頂が 1 つ，すなわち 4 つの角から出る角の二等分線が 1 点で交わる四角形はあるのでしょうか．（$\boxed{\text{B}}$［条件を変える］）	・ 角の二等分線が 1 点で交わると予想される四角形について，できる限りその候補を挙げさせる． ・ 教員用コンピュータで GC を起動し，予想した四角形についてシミュレーションを行い，確認をする．

活動①［予想］ 課題 2 で理解した性質をもとにして，角の二等分線が 1 点で交わる場合について考える． 《平行四辺形，長方形，等脚台形ならば，角の二等分線は 1 点になる．》 **活動②［実験］・**$\boxed{\text{A}}$**［きまりを見つける］** GC を用いてシミュレーションを行う． 《正方形，ひし形，たこ形は角の二等分線が 1 点で交わる．》 **活動③［考察］・**$\boxed{\text{A}}$**［きまりを見つける］** 角の二等分線が 1 点で交わる四角形の特徴を考察する． 《対角線が垂直に交わるとき．》《向かい合う辺の長さの和が等しいとき．》	・ 考察では，辺の長さに注目させる． **【思】**角の二等分線の交点の数について，作図やコンピュータを利用して解決したり，解決の過程をふり返って，新たな問題を見いだしたりすることができる（ワークシート・行動観察）． ・ 余力があれば，任意の凸四角形 ABCD において角の二等分線が 1 点に集まることの必要十分条件について触れる． 凸四角形 ABCD の角の二等分線が 1 点に集まる． ⇔ 凸四角形 ABCD の内心が存在する． ⇔ 凸四角形 ABCD に内接する円が存在する． ⇔ 接線の性質から凸四角形 ABCD において$AB+CD=BC+DA$が成り立つ．
【まとめ】$\boxed{\text{B}}$［条件を変える］ ・本時のふりかえりをかく（問題解決の過程をふりかえって，気づいたことや調べてみたいことをかきましょう）． 《凹四角形ではどうなるのか．》	**【思】**塩山に現れる尾根の稜線や山頂に関する幾何学的特徴に関する問題や角の二等分線の交点の数について，解決の過程をふり返って，新たな問題を見いだしたりすることができる（ワークシート）．

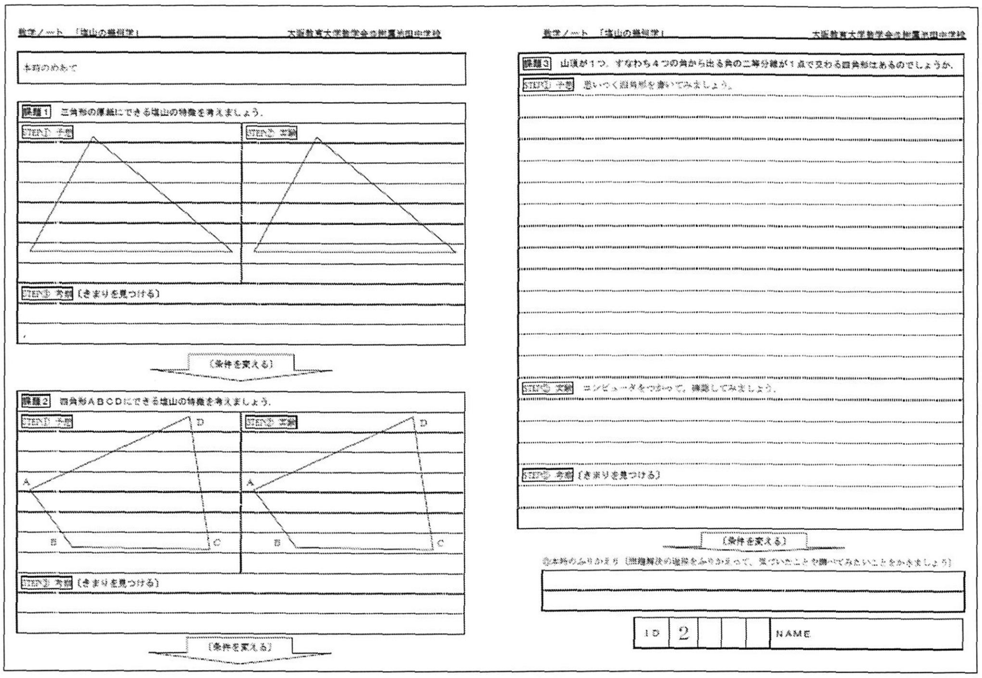
7. 準　備　物

厚紙（三角形・四角形），エンリッチ塩，ワークシート，教師用コンピュータ，投影機材

謝辞

本授業を構想するにあたり，資料をご提供いただきました西三数学サークルの皆様に感謝申し上げます．

【ワークシート等参考資料】



【事後討議会記録】

まず課題意識として,「何が作図できたのか」を図形の性質と関連して指導することが求められる.全国学力学習状況調査の結果,過去5カ年で作図の問題を調べると,正答率は約50%で無答率はそこまで高くない状況だった.この内容を見ると,やはり「何が作図できたか」と関連付けて指導することが求められていることが分かった.

2000 年の,東京都の工業高校の教員をされていた黒田俊郎先生の「塩山の幾何学」という本に注目し,厚紙と塩というシンプルな準備物で幾何学的に見る数学的な活動があった.塩山の幾何学は2000年に発表されてから何度か実践されていたが,中学校数学における実践は,2023 年愛知教育大学附属名古屋中学校の先生が図書に載せられたものがつい最近の実践だった.そこで,中学生にも使える教材化を目指し,予想・実験・考察から成り立つ数学的活動を3つの課題で回すサイクルを考えた.

数学的な見方・考え方として,A:決まりを見つける.B:条件を変える.を3周試行した.課題1で附属天王寺中学校では同心円状の予想が多かったが,附属池田中学校ではあまりいなかった.角の二等分線らしきものを描いている生徒が多かった.そこで決まりを見つけ,三角形の次は四角形の厚紙ではどうなるかと課題2へと進んだ.課題2では,山頂は2点現れ1点は延長したところに点Eをとると EAB の傍心となり,もう一点は大きい三角形 EDC の内心となる.中学生なのでここまでは扱わなかったが,高等学校でも応用可能で汎用性が高いと感じた.

授業実践3　　＜授業者＞　大阪教育大学附属平野中学校　狩屋　壱成

1. 主　　題　「素数とRSA暗号」

2. 日　　時　2023年9月7日（木）

3. 学　　級　大阪教育大学附属池田中学校　第3学年C組　36名

4. 設定の理由

暗号は，戦時中まで軍事研究などに利用されていることが多く，一部の専門家が理解していれば良いものであった．

しかし，インターネットでクレジットカードを使って買い物をする時など，暗号は個人情報やプライバシーの保護という目的であらゆる場所で利用されている．無意識のうちに利用しているかもしれないが，ネットワーク社会に生きる我々にとって必要不可欠なものである．その為，一部の専門家だけでなく，万人が基礎知識を身に付ける必要があると考えた．

様々な暗号の種類があるが，本時では1977年に発明者である，ロナルド・リベスト，アディ・シャミア，レオナルド・エーデルマンによって発明されたRSA暗号方式について取り扱う．

RSA暗号は，公開鍵暗号アルゴリズムの一種であり，大きな数Nを教えて暗号化はできるが，その素因数分解 $N=pq$ を知らなければ，暗号を元のメッセージに戻せないようになっている暗号化の方法のことである．つまり，素因数分解の困難さを利用しているのである．実際に，SSL 証明やドメイン認証など高度なセキュリティーが必要とされる場で使われている．RSA 暗号の完全な証明には，フェルマーの小定理や，ユークリッドの互除法など高等数学の知識が必要な為，難易度を下げながら身近な場面で使われていることを理解させたい．

また，平成29年に告示された学習指導要領では，数学と現実生活の関りを大切にしているが，素数の学習では，知識・技能の習得に焦点があてられており，現実世界との結びつきなどは考えにくいものになっている．その為，本時の教材が，素数や素因数分解が身近なものであると理解させる教材になることを期待したい．

5. 本時の目標

素数が身近な場面で使われていることを知り，数学を生活に生かそうとすることができる．

6. 本時の展開

学習活動 《予想される児童・生徒の反応》	指導上の留意点，および 評価の観点【知】【思】

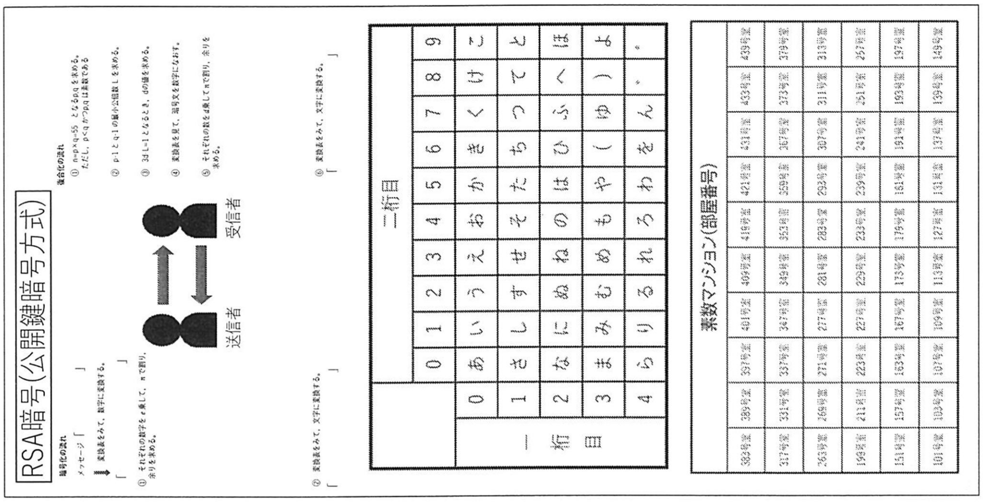
【導入 1】 変換表を使って，暗号文「09 47 21 16 45」を元の文章に戻しなさい． 【導入 2】 次の数を素因数分解しなさい． (1) 72 (2) 385	共通認識された変換表を使うことで，文字も数字で表現・処理できることを確認する． 素因数分解の復習を行い，素因数分解の一意性について確認をする． また，1 を素数とすると一意性が保たれないことにも気づかせる．
【展開】 3 年 C 組の諸君　私の名前は怪盗ユースケだ　今から私の出す問題を解き，X を素数マンションの Y 号室に持ってこい．正解した際にはあれに参加できる招待状を差し上げよう．あれは，謎が解けてからのお楽しみだ． 本時の課題 1 を提示する． 暗号文「ぬろ）かお)」を元の文章に直せ．ただし，条件は以下の通りである． ①　n=pq=55　となる p,q を求めろ．ただし，p<q かつ p,q は素数である． ②　p-1 と q-1 の最小公倍数 L を求めろ． ③　3d-L=1 となるとき，d の値を求めろ． ④　変換表を見ながら暗号文を数字になおし，それぞれ d 乗して n で割ったときの余りを求めろ． ⑤　それぞれの余りを変換表を見ながら文字になおせ．それが X だ． ※電卓の使用は許可する． 課題 2 を提示する． 59,713 を $a \times b$ の形に素因数分解し，構内図を見て a の数字が書かれた部屋に X を持ってこい．ただし，$a < b$ とする．	・現実世界のどんな場面で RSA 暗号が使われているのかを伝える． ・RSA 暗号の仕組みを理解させると共に，秘密鍵の重要性について気付かせる． ・RSA 暗号は，素因数分解の困難さが利用されていることにも気づかせる．
【まとめ】 RSA 暗号の仕組みについて理解する．	・平文を暗号文に直す過程を説明する． ・課題 1 は，暗号文を複合化する流れで

	あったことに気付かせる． ・インターネットでショッピングする際のクレジットカードの情報や個人情報の保護，LINE のトークの内容など，身近な場面で RSA 暗号が使われていることに気付かせる． ・2009 年に 512bit (23 桁)が解読された為，現在は，1024bit(308 桁)，2048bit(616 桁)が主流で使われていることを知る．

7. 準　備　物

iPad，ワークシート，投影機

【ワークシート等参考資料】



【事後討議会記録】

本授業では，素因数分解に着目した．素因数分解は中学では知識技能面で終わってしまうのがもったいないと思い RSA 暗号を扱った．附属中学で入試を経験している生徒だからこそ点数がとれたら良いと考えている生徒が多い．それを打破するために，身近などんなところで数学が使われているかを知ってもらうことが大切．RSA 暗号は高校で扱う内容だが素因数分解がポイントとなるので，中学生に伝わるようにゲーム形式に落とし込んだ．

内容的には合同式やフェルマーの小定理，1 次不定方程式など細かくやればきりがないが，誘導して文字を数字で表現すること，素因数分解の一意性，RSA 暗号が身近であることは伝えられた．中学 1 年生では一次方程式を習っていないのでかみ砕くことに課題が残る．

授業実践 4　＜授業者＞　大阪教育大学附属高等学校天王寺校舎 深澤 義成

1. 主　題　「長方形の紙をある規則に従って折っていく」」
2. 日　時　2023 年 9 月 7 日（木）　13：15 ～ 14：05
3. 学　級　大阪教育大学附属高等学校池田校舎 第2学年2組 40名
4. 設定の理由

身近な材料で体験できる現象で，数列を用いて説明できるものをとりあげた．

5. 本時の目標

規則に従って折れば折るほど正三角形に近づいていく理由を数学的に説明できる．その手法を他の現象にも適用できる．

6. 本時の展開

学習活動 《予想される児童・生徒の反応》	指導上の留意点，および 評価の観点【知】【思】
【導入】 長方形の紙を規則に従って折っていく．	折れば折るほどどのような形に近づいていきそうか予想させる．
【展開】 折りはじめの角度によらず，折れば折るほど正三角形に近づいていく理由を考えさせる．	【思】もとの長方形に折れ線を引いていくことで，1 つ前の角度と次の角度の関係に気づかせる．
【まとめ】 角度についての数列を考え，漸化式を立てて解く．	【知】漸化式から一般項を求める代数的な方法とグラフ上で幾何的に追いかける方法をとりあげる． 【思】幾何的な方法でフィボナッチ数列の隣接 2 項間の比が黄金数に近づくことを説明させる．

7. 準備物　長方形の紙

【ワークシート等参考資料】

$$\theta_n + 2\theta_{n+1} = 180^\circ$$

$$\theta_{n+1} = -\frac{1}{2}\theta_n + 90^\circ$$

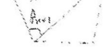
① グラフで捉える

② 代数的

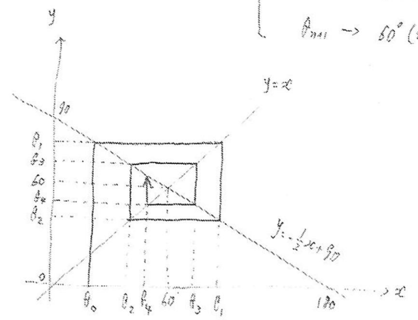
$$\theta_{n+1} - 60^\circ = -\frac{1}{2}(\theta_n - 60^\circ)$$

$$\theta_n = 60^\circ + \left(-\frac{1}{2}\right)^n(\theta_0 - 60^\circ) \longrightarrow 60^\circ\ (n\to\infty)$$ （θ_0によらず）

$\theta_{n+1} \to 60^\circ\ (n\to\infty)$ と合わせて



は正三角形に限りなく近づいていく
（折り始めの角に関わらず）



〈①を
フィボナッチ数列の隣接二項間比に適用〉

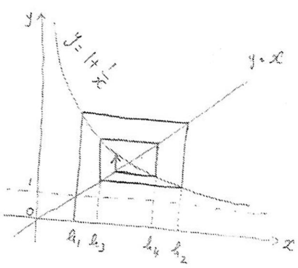
$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n,\quad a_1 = 1,\quad a_2 = 1$$

$$\boxed{\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}} = 1 + \boxed{\frac{a_n}{a_{n+1}}}$$

$$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = b_{n+1},\qquad \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{b_n}$$

$$b_{n+1} = 1 + \frac{1}{b_n}$$

$$\underset{\substack{\| \\ 1}}{\overset{\frac{a_2}{a_1}\ \|}{b_1}} < \underset{\substack{\| \\ \frac{3}{2}}}{\overset{\frac{a_4}{a_3}\ \|}{b_3}} < \cdots < \frac{1+\sqrt{5}}{2} < \cdots < \underset{\substack{\| \\ \frac{5}{3}}}{\overset{\frac{a_5}{a_4}\ \|}{b_4}} < \underset{\substack{\| \\ 2}}{\overset{\frac{a_3}{a_2}\ \|}{b_2}}$$



$$x = 1 + \frac{1}{x}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = b_n \longrightarrow \frac{1+\sqrt{5}}{2}\quad (n\to\infty)$$

黄金数

補足

$$\left|\left[\left(1+\frac{1}{x}\right)'\right]_{x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right| = \left|-\frac{1}{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2}\right| = \left|-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2\right| < 1$$

（$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ は安定な固定点）

①で$\{b_n\}$の極限が求まる
（初期値を固定点の近くにとれば）

【事後討議会記録】

本授業は，長方形の紙をある規則に従ってどんどん折っていくと正三角形に近づいていく，それを，数列を用いて説明する授業であった．指導案に書いてあるとおり，身近な題材，長方形の紙さえあれば体験できるのでこの題材を設定した．

最初に規則を説明し，その通りに折ってもらい，確かに折れば折るほど正三角形に近づいていくという現象を体験してもらい，それがなぜそうなるのかを数学的に説明してほしいという流れで始めた．予想よりも早く15分で解けた生徒がいたので，生徒に前で説明してもらった．生徒が説明した方法は，角度の数列を考えその数列の漸化式を立てて解く，θ_n という一般項を求めて n をどんどん大きくしていくと60°に近づくという代数的な説明を一人の生徒がしてくれた．代数的な方法でもちろん正解だが，それ以外の方法もないかと言うことで，グラフで捉えて説明できないか，と問いかけ考えてもらった．そうするとまた別の生徒ができたので，前で説明してもらった．私のねらい通りのグラフを描いてくれて，ちゃんと説明ができていてさすがだなと安心した．

かなり早く終わったので長方形の紙を折るネタはそこまでにして，今のグラフを使った考え方を用いて，フィボナッチ数列の隣接2項間比がどんどんある値に近づいていく現象を説明してくださいと問うた．そうするとまたそれも解いてくれ，グラフを用いて説明してくれた．なので，用意していたネタを全てやり終えることができた．数学的な詳細は指導案の裏に書いてある．

Ⅲ．数学的な見方・考え方を育む授業づくりに向けて

本章では，研究発表会当日の事後討議会における指導助言をまとめる．

【守時得裕先生（大阪府教育委員会教育センター）】

まず，国が求めていることについて．本研究会のテーマ「数学的な見方・考え方を働かせた授業づくり」に関連して国が求めているのは，「主体的・対話的で深い学び」である．子ども達が主体的に学習に臨むためには，「課題」に出会ったときに，教員が一方的に「考え方を伝える」のではなく，「子どもの疑問の声から課題を見い出し，本時の展開に持っていく」という流れが国により求められている．

例えば，本日の授業「自販機シミュレーター」では1000円を入れたときと，500円を入れたときのおつりを考えると，「1000円で買う人ばかりがいたらおつりが足りなくなるのではないか」，「きちんと100円で払う人ばかりであれば100円が貯まりすぎて入りきらなくなるのではないか」等の子ども達の疑問から，消費者が自販機に与える影響を考えよう，と持っていくと子ども達から疑問を想起させることに繋がる．

次に，「対話的な学び」の目的は何か．グループで考える意味は，子ども達が「自分の考えを広げ深めるため」だと考える．そのためにまずは，「自分の考え」を持っていないといけない．その上で，「対話的な学びをしましょう」ではなく「対話的な学びで何をしましょう」ということが重要である．また，学びの「深め方」は生徒一人ひとりによって異なる．

例えば，「できなかった子ができるようになる」，「一つの方法でできていた子が他の方法でもできるようになる」，「いくつかの方法でできていた子がそれらの方法を統合的に捉えて発展的に考えることができるようになる」等であり，これらを目指す必要がある．教員は，個々の生徒が「どこまで学びを深められるのか」を大事にして，授業をすべきである．

そのために子どもの学習状況を捉え，適切に「評価」しなければならない．学習指導要領には「数学的な見方・考え方を働かせた学習活動は，数学的に考える資質・能力を育成する多様な機会を与える」とある．資質・能力が「どう育まれたか」を意識した授業づくりが大切である．学習を「評価」するために「目標」を設定し，「その位置づけを意識した事例であるかどうか」をみると，他校種でも活かすことができる．

【瀬尾祐貴先生（大阪教育大学）】

数学的活動には学習指導要領の「算数・数学の学習過程」のイメージ図「グルグルの図」が重要である．見慣れてしまうと当然だと思ってしまうかもしれないが，今一度振り返ることが大切である．算数・数学における問題発見・解決の過程と育成を目指す資質・能力等，何が書かれているか再度見ておこう．なぜなら，普段の授業において，授業改善をより良く違う視点で改善するためには，「どうすれば良いか，どんなところにその視点があるか」が重要だからである．日常生活や社会事象から問題を「取り出し」て，数学的に表現した問題に「直して」いく，そしてその「流れを作る力」が必要である．

今日の授業では，発表者の先生方が「何を捉えているのか」を，ここにおられる参加者の先生方が「自分なり」に解釈できたら，次は自校の目の前の生徒にどんな教材を与えたら良いかのヒントになると思う．

問題は，「グルグルの図を回す原動力は何か」と考えると，一つ目は「数学的な考え方」であり，さらにそれを「数学的活動を通して深めること」である．二つ目は，「知識・技能」は基本事項として教えなければいけないことであるが，それだけでなく，その「質」を高めるために，日常生活や社会事象，あるいは数学の事象に関わる問題発見・解決の過程において，「思考力・判断力・表現力と共にある数学的活動」が不可欠である．数学的活動を通して生徒に概念形成を促すことが大切である．

数学の事象と日常生活・社会事象の両輪で回すことが重要なので，本日の内容で言えば「正負の数『自販機シミュレーション』」や「塩山の幾何学」は日常生活や社会事象，「RSA暗号」「長方形の紙をある規則に従って折っていく」は数学の事象で回すと捉えれば良いのではないか．枠付けするのが良いかどうかは別として，枠付けするのは自分が次に考える際の参考になると考える．「自販機シミュレーション」では，私は自販機を言われるまで数学的な見方で考えたことはなかったが，数学的な見方・考え方で特殊化・具体化することにより上手く教材化されていた．「塩山の幾何学」は，時間の関係もあるが，もう少し生徒に発言してもらっても良かったのではないか．自分の予想したことを自分の言葉で書かせたり，意見を聞くことも考えたい．生徒はすぐにはできないが，やりとりを重ねる内に思いもよらない答えが返ってくるのが教師の醍醐味なのだと思う．「RSA暗号と素因数分解」は，教科

書では少し書いてあるだけだが，重要な問題意識である．整数論は興味深く，素数は多くの視点で数学の事象として捉えることもできる．これまでは，整数論は純粋数学だけの話であったが，暗号理論により一気に社会事象と繋がり研究が進んでいる分野である．RSA 暗号でのポイントは「一方向関数」だと思う．積の計算は容易だが積の形に戻すのは難しい．最後に，「長方形の紙を折る」では，すぐに生徒は正三角形になると答えたが，もう少し突っ込んでも良かったかと思う．数学的活動では，教員が「どういうルールがあるか」と聞くこと，生徒が，実験・観察を通して「何に気づくか」が大切である．数学の「結果」を教えるのではなく，数学が「どのように変化しているのか」を伝えると数学に対する「考え方」が変わるのではないか．さらに実験を通して自分の予想の確からしさを確認し，ダメであれば修正する，この一連の流れが帰納的な考え方であり，重要である．

最後に，グルグルの図を回す力は，「数学的な考え方」等の多くの「視点」を持つことで，授業構成に役立つ,それと両輪をなす数学的な活動,これらが明日の授業改善に繋がれば良いと考える．

Ⅳ．考察とまとめ

本研究の目的は，「数学的な見方・考え方を育む授業」を提案し，実践を行い，「数学的に考える資質・能力の育成」に寄与するための一定の知見を得ることであった．

まず，本稿で何度も登場している「算数・数学の問題発見・解決の過程」（図 11，[1]）は，実際に工学者・数学者が研究を進めるプロセスと同じであることを確認しておく．

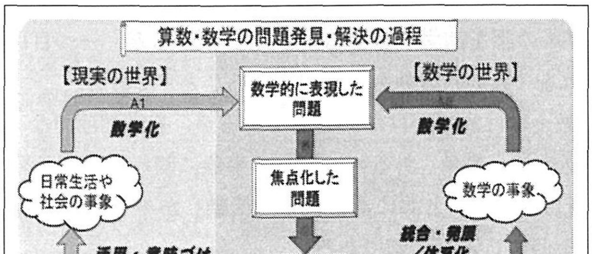


図 11 算数・数学の問題発見・解決の過程（中教審，2016）

つまり，工学的問題を数理的に解決する段階は，次のようにまとめられる（[2]）．現実世界の事象に対して，

モデル化：与えられた物理的，工学的な情報やデータを数学的モデル（微分方程式，連立方程式など）に翻訳すること（図 11 の A1 部分）

を行い，その上で，

数学的解法：適当な数学的方法を選択適用することによって解を求め，さらにコンピュータ上で数値計算を行うこと（同 B・C 部分）

を施し，さらに，

物理的解釈：数学的な解の意味をもとの問題の物理的な言葉で理解すること（同 D1 部分）

を与えるのである．

次に，指導助言者も指摘しているように，図 11 の流れを作る力が，学習指導要領にも明記されており，本質的に重要であると考えられる．特に，指導助言者の「様々な力と共にある数学的活動」という表現により，流れの出発点である「A 部分（モデル化）」の重要性が指摘されていると考えられる．すなわち，「モデル化」においては，与えられた問題を，必要に応じて単純化・抽象化する際には，「思考力・判断力」が要求され，またそれを立式化する際には，「表現力」も同時に要求される．さらに，この「A 部分（モデル化）」には，他方の指導助言者の指摘にもあるように，「疑問や自分の考えを持ち，それを他人とのやりとりの中で深める」という，数学科だけの，または学校内だけに留まらない視点が含まれる点も本質的に重要であると考えられる．

本研究の手法とした「研究発表会における授業実践」においては，授業実践に加えて事前事後の検討会・討議会を経て，生徒の「数学的に考える資質・能力の育成」のうち，特にこの「A 部分（モデル化）」に大きく寄与したと考えられる．すなわち，事前の検討会においては，授業者が，指導案の概要とその意義について，詳しく説明することに加えて，実際に内容をその場で再現する等も行い，指導助言者も含めた全員で考えを共有した．さらに議論が深まる中では，「設定をよりシンプルにする」，「条件を変えてみる」等の提案もなされた．これらにより，本研究発表会での共通理解が更に深まったものと考えられ，その結果，どの授業実践においても，身近な題材が非常に上手くモデル化されている．さらに，事後の討議会の記録からは，生徒達は主体性と共に数学的活動に取り組み，かつ，授業者・指導助言者の協働により，活発な議論が交わされたことが窺える．

以上により，本研究では，「数学的活動」の中でも，特に教科の枠に捉われず，かつ，様々な力と共存する視点を含んだ「モデル化」部分に焦点を当てた授業実践を，授業者・指導助言者の協働により行うことで，生徒の「数学的に考える資質・能力の育成」に寄与できるのではないかという知見を得た．

謝辞

本研究は，大阪教育大学令和 5 年度教育・研究活性化推進経費（代表 東尾晃世・藤田真依）の補助を受けている．また，本研究の遂行にあたりご指導いただきました，大阪府教育委員会教育センター　守時得裕先生，大阪教育大学　瀬尾祐貴先生，大阪教育大学算数・数学科教育研究会運営に関わってくださった附属学校の先生方に感謝の意を表します．

引用・参考文献

授業実践 2

[1]　飯島康之（1997），ＧＣを活用した図形の指導，明治図書出版．

[2] 大西俊弘（2021），塩山の幾何学をテクノロジーで再現する，日本科学教育学会第45回年会論文集，45，pp.89-90.
[3] 黒田俊郎（2000），塩山が教える幾何学，西三数学サークル.
[4] 早苗雅史（2017），塩山の教える幾何学，明治図書出版，数学教育 2017 年 6 月号.
[5] 数研出版（2023），NEXT 数学A，p.104.
[6] 永田潤一郎（2020），全国学力・学習状況調査の結果に基づく中学校数学科における典型的な誤答の分析，文教大学教育学部紀要，54，pp.59-73.
[7] 西原大貴（2023），比較のツール，明治図書出版，数学教育 2023 年 7 月号.
[8] 松永泰弘・八木涼・松永元輝・大西俊弘（2018），理数探究における数学的ものづくり活動教材“塩山”の開発，静岡大学教育学部研究報告教科教育学篇，49，pp.115-127.
[9] 松永泰弘・守屋太雅・松永元輝（2021），高校数学における塩山を用いた数学的活動と授業実践，日本産業技術教育学会誌，63（2），pp.229-237.
[10] 文部科学省（2017），中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説数学編.
[11] 文部科学省・国立教育政策研究所（2015），平成 27 年度全国学力・学習状況調査報告書（中学校数学）.
[12] 文部科学省・国立教育政策研究所（2016），平成 28 年度全国学力・学習状況調査報告書（中学校数学）.
[13] 文部科学省・国立教育政策研究所（2017），平成 29 年度全国学力・学習状況調査報告書（中学校数学）.
[14] 文部科学省・国立教育政策研究所（2018），平成 30 年度全国学力・学習状況調査報告書（中学校数学）.
[15] 文部科学省・国立教育政策研究所（2020），令和 2 年度全国学力・学習状況調査解説資料（中学校数学）.

授業実践 3

[1] 芹沢正三（2002），素数入門～計算しながら理解出来る～，講談社.
[2] 一松信（2000），暗号の数理~作り方と解読の原理~，講談社.
[3] 上岡良季（2021），因数分解と素因数分解~九九から RSA 暗号まで~（Kindle 版）.
[4] 関根章道（2019），中学数学からはじめる暗号入門，技術評論社.
[5] 文部科学省（2017），中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説数学編.

Ⅳ. 考察とまとめ

[1] 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会算数・数学ワーキンググループ (2016)，算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ.
[2] E. クライツィグ（2003），フーリエ解析と偏微分方程式（原著第 8 版），技術者のための高等数学 3，培風館，著者序文 iv-v.